

## RESENHA DO ARTIGO

### Experimentos com mistura para otimização de processos:

### Uma aplicação com respostas não normais

**Catarine Conceição Moura Tenório**

Graduando em Engenharia de Produção

Faculdade de Ciências Sociais Aplicadas de Extrema (FAEX)

[catarinemoura\\_28@hotmail.com](mailto:catarinemoura_28@hotmail.com)

#### RESUMO

Este trabalho é uma resenha do artigo “Experimentos com mistura para otimização de processos: Uma aplicação com respostas não normais” de autoria de Antônio Fernando de Castro Vieira e coautoria de Luiz Henrique Abreu Dal Bello. O trabalho apresenta uma metodologia para planejamento de experimentos com mistura, ilustrada com o caso real do estudo de um misto químico que constitui um subsistema de um mecanismo de retardo para acionamento de um motor foguete. O objetivo do estudo é saber qual a proporção dos componentes da mistura que propicia um tempo de queima especificado em projeto.

#### INTRODUÇÃO

A maioria dos produtos é feita a partir da mistura de vários componentes. Produtos farmacêuticos, alimentos, bebidas e produtos químicos são alguns exemplos. Para tais produtos, o interesse é determinar qual é a proporção dos componentes que conduz a um resultado desejado em termos de uma variável que caracteriza a qualidade

do produto. Quando não se sabe de antemão qual é a proporção ideal de cada componente, devemos realizar experimentos. Nesses experimentos são arbitradas várias combinações de proporções dos componentes e então são observados os valores correspondentes da característica de qualidade. Estes valores são denominados respostas do experimento (Vieira & Dal Bello, 2006).

O objetivo do estudo é saber qual é a proporção de cada um dos componentes que propicia um tempo de queima (resposta) de 11 segundos para acionamento de um motor foguete com tolerância de 1s.

Será apresentado de forma sucinta, o estudo realizado para chegar aos resultados esperados dentro dos padrões e objetivos estabelecidos.

## COMPONENTE EM ESTUDO

O componente em estudo é composto por uma mistura de três elementos: Zarfesil ( $x_1$ ), Vidro Moído ( $x_2$ ) e Nitrocelulose ( $x_3$ ).

Dessa forma, as restrições nas proporções dos três componentes são as seguintes:

$$x_1 + x_2 + x_3 = 1$$

$$0,79 \leq x_1 \leq 0,87 \quad 0,08 \leq x_2 \leq 0,16 \quad 0,05 \leq x_3 \leq 0,07$$

Considera-se que em experimentos envolvendo mistura, a soma das proporções dos componentes é sempre igual a 1.

$$\sum_{i=1}^q x_i = 1 \quad e \quad x_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, q$$

Formula genérica

## EXPERIMENTOS

Com as restrições do componente, foi utilizado o software Design-Expert para a escolha dos pontos candidatos e seleção dos pontos experimentais segundo o critério D-

otimização. Considerando a sugestão de Myers & Montgomery (2002) para a seleção dos pontos candidatos na região experimental resultante e sabendo que o modelo adotado inicialmente é o quadrático, o software sugere um total de 10 pontos, dos quais 6 são necessários para o ajuste do modelo quadrático e 4 pontos adicionais são para testar a falta de ajuste do modelo. Ademais, 4 dos 10 pontos são replicados para estimar o desvio-padrão da resposta, perfazendo um total de 14 observações. Com isso, o *Design-Expert* gera um projeto de experimento D-Ótimo conforme a Tabela 1.

Tabela 1 – Experimento do misto de retardo D-Ótimo.

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	Tempo (s)
1	0,79	0,16	0,05	19,70
2	0,79	0,16	0,05	19,14
3	0,83	0,12	0,05	4,72
4	0,87	0,08	0,05	1,85
5	0,87	0,08	0,05	1,59
6	0,8075	0,1375	0,055	9,53
7	0,8475	0,0975	0,055	1,90
8	0,79	0,15	0,06	12,03
9	0,86	0,08	0,06	1,04
10	0,79	0,14	0,07	0,77
11	0,79	0,14	0,07	0,89
12	0,82	0,11	0,07	0,23
13	0,85	0,08	0,07	0,25
14	0,85	0,08	0,07	0,51

Nesse tipo de experimento tem-se usado sistematicamente o modelo linear clássico, baseado no método dos mínimos quadrados. Entretanto, para o caso do misto, este modelo foi considerado inadequado, uma vez que há indicação de que a variância da resposta não é constante, aumentando quando a média aumenta, o que viola um dos pressupostos do modelo linear clássico.

Posteriormente foi realizado um estudo com o método Quase-verossimilhança (QV). Por analogia, a quasi-deviance de um modelo qualquer é definida como sendo o desvio deste modelo em relação ao modelo saturado, no método de quase-verossimilhança não é necessário definir a distribuição de probabilidade da resposta,

para tanto, basta definir a relação entre a média e a variância, e a forma com que os efeitos sistemáticos das variáveis regressoras são transmitidos para a média.

Utilizando uma rotina de busca exaustiva, na região das restrições dos componentes da mistura, codificada na linguagem do MATLAB, foi encontrada a seguinte solução:

$$x_1 = 0,8051 \quad x_2 = 0,1412 \quad x_3 = 0,0537$$

$$\text{var}[y(x_1, x_2, x_3)] = 0,3035$$

$$E[y(x_1, x_2, x_3)] = 11,0003$$

Com este modelo, foi possível determinar a proporção de cada um dos três componentes do misto, de modo que, a previsão do tempo de retardo tenha variância mínima e valor esperado igual a 11s. Entretanto, houve evidências de que a solução atual resultaria em um processo produtivo de qualidade inadequada, sendo, portanto, necessário continuar com novos experimentos.

## CONCLUSÃO

Foi realizado dois experimentos para estabelecer a mistura ótima com o tempo de 11 s e tolerância de 1s para o acionamento do motor foguete, entretanto o primeiro experimento não teve sucesso devido o resultado violar o modelo utilizado. O segundo experimento conseguiu chegar ao valor das misturas em relação ao tempo, mas que afetaria a qualidade do produto. Visto que para o sucesso de um projeto a variável qualidade é de suma importância, neste caso os resultados não foram 100% satisfatórios. É recomendável que continue os experimentos com o estreitamento das restrições nas proporções dos componentes do misto, visto que as restrições anteriores proporcionaram um projeto com pontos experimentais, cujas respostas resultaram no intervalo de 0,23s até 19,70s. Tal estreitamento visa obter um projeto com pontos experimentais mais próximos à solução desejada, de modo a reduzir o intervalo da resposta observada.

Os autores enfatizam que este é o único caso, por eles conhecido, que considera um experimento com mistura de resposta não normal.

### Referências Bibliográficas

Atkinson, A.C. & Riani, M. (2000). *Robust Diagnostic Regression Analysis*. Springer-Verlag, New York, NY.

Cornell, J.A. (1990). *Experiments with Mixtures: Designs, Models and the Analysis of Mixture Data*. Second edition, John Wiley & Sons, New York, NY.

Cook, R.D. & Weisberg, S. (1999). *Applied Regression Including Computing and Graphics*. John Wiley & Sons, New York, NY.

Dal Bello, L.H.A. (2005). Experimentos com Mistura: Uma Aplicação com Respostas Não-Normais. Dissertação de Mestrado, PUC-Rio, Departamento de Engenharia Industrial.

Davison, A.C. (2003). *Statistical Models*. Cambridge University Press, Cambridge, UK.

Goldfarb, H.B.; Borrór, C.M. & Montgomery, D.C. (2003). Mixture-Process Variable Experiments with Noise Variables. *Journal of Quality Technology*, 35, 393-405.

Lewis, S.L.; Montgomery, D.C. & Myers, R.H. (2001b). Confidence Interval Coverage for Designed Experiments Analysed With GLMs. *Journal of Quality Technology*, 33, 279-292.

Lindsey, J.K. (1997). *Applying Generalized Linear Models*. Springer-Verlag, New York, NY.

McCullagh, P. & Nelder, J.A. (1989). *Generalized Linear Models*. Chapman-Hall, London, UK.

Myers, R.H. & Montgomery, D.C. (1997). A Tutorial on Generalized Linear Models. *Journal of Quality Technology*, 29, 274-291.

Myers, R.H. & Montgomery, D.C. (2002). *Response Surface Methodology*. Second edition, John Wiley & Sons, New York, NY.

Myers, R.H.; Montgomery, D.C. & Vining, G.G. (2002). *Generalized Linear Models with Applications in Engineering and the Sciences*. John Wiley & Sons, New York, NY.

Prescott, P. (2004). Modelling in Mixture Experiments Including Interactions with Process Variables. *Quality Technology & Quantitative Management*, 1, 87-103.

Prescott, P.; Dean, A.M.; Draper, N.R. & Lewis, S.M. (2002). Mixture Experiments: ILL-Conditioning and Quadratic Model Specification. *Technometrics*, 44, 260-268.

Vieira, A.F.C. (2004). Análise da Média e Dispersão em Experimentos Fatoriais não Replicados para Otimização de Processos Industriais. Tese de Doutorado, PUC-Rio, Departamento de Engenharia Industrial.