UMA INVESTIGAÇÃO SOBRE OS COEFICIENTES C4 E C5 DAS CARTAS DE CONTROLE SHEWHART X-BARRA E S

Anderson Paulo de Paiva

andersonppaiva@yahoo.com.br

Pedro Paulo Balestrassi

pedro@unifei.edu.br

José Henrique de Freitas Gomes

ze_henriquefg@yahoo.com.br

Pedro José Papandréa

pedro.papandrea@gmail.com

Felipe Gonçalves

felipemadimbu@yahoo.com.br

Abstract: ***This paper is an attempt to explain the origin of factors C4 and C5, constants that depend on the sample size*** n ***and that are commonly used to build the control limits for X-bar and S Control Charts, hereafter called Shewhart Control Charts. C4 and C5 are tabulated in most textbooks on statistical quality control; however, it is not common to find the complete deduction of them.***

Key words: ***Shewhart Control Charts X-bar and S, Gamma-function, Distribution of Chi-square.***

1 – INTRODUÇÃO

Com o advento da tecnologia, bem como com a evolução das ciências com bases computacionais, muito mais precisos, confiáveis e acessíveis têm se tornado os processos de controle de qualidade. Isto possibilitou que procedimentos matemáticos ou estatísticos mais rigorosos pudessem ser aplicados no quotidiano das organizações, na medida em que a tecnologia fosse sendo assimilada. Mais eficazes, portanto, se tornam as empresas; melhores se tornam seus produtos.

Dentro desse contexto, inserem-se as cartas de controle, substituindo as análises por aproximações por processos de cálculo mais precisos. Observa-se esta relação entre as cartas X-barra e S e cartas X-barra e R, cujos modelamento de dispersão baseiam-se nas variâncias e nas amplitudes das amostras, respectivamente. Além disso, as cartas de controle baseadas na amplitude têm eficiência limitada (Montgomery, 1991), na medida em que se aumente o número de amostras.

Existem muitas vantagens em se usar as cartas X-barra e S. Marquardt (1984), por exemplo, cita o fato de que estas cartas necessitam um número menor de amostras para o monitoramento da qualidade dos processos do que os outros tipos, como, por exemplo,as cartas por atributos. De acordo com os estudos de Parr (1995), na medida em que as empresas passem a conhecer melhor seus processos e tomem consciência do seu nível de qualidade, poderá criar-se uma tendência, inclusive, de substituição das cartas por atributos pelas cartas por variáveis.

Por todas essas razões, parece razoável desenvolver-se um estudo mais criterioso sobre as características das cartas de controle de Shewhart para variáveis.

O desenvolvimento proposto é uma tentativa de se estabelecer uma fundamentação teórica sobre a questão, ainda escassa em deduções, apesar das inúmeras literaturas de controle estatístico de processos.

2 - A DISTRIBUIÇÃO QUI-QUADRADO (χ^2)

Considerando-se ***n*** observações independentes e identicamente distribuídas, isto é, a retirada de um número finito de elementos de uma população infinita não afetará a composição da população, $x_1, x_2, x_3,...,x_n$, de uma população normalmente distribuída com parâmetros (ξ,σ^2), um estimador s^2 de σ^2 é calculado pela fórmula:

$$s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(xi - \bar{x})^2 \qquad (1)$$

Se a média populacional ξ é conhecida, o que é muito raro, o estimador s^2 deve ser substituído por:

$$\hat{s}^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(xi-\xi)^2 \qquad (2)$$

As n variáveis, $x_1 - \xi$, $x_2 - \xi$, $x_3 - \xi$,..., $x_n - \xi$, incluídas na soma de quadrados acima, são independentes e distribuídas normalmente com parâmetros $(0, \sigma^2)$. A padronização destas variáveis conduz a:

$$\hat{s}^2 = \sigma^2 \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{x_i-\xi}{\sigma}\right)^2 = \sigma^2\sum_{i=1}^{n}u_i^2 \qquad (3)$$

Denotando a soma de quadrados padronizada como χ^2, estabelece-se que:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{n}u_i^2 \qquad (4)$$

e $\hat{s}^2$ poderá ser escrito como:

$$\hat{s}^2 = \sigma^2\frac{\chi^2}{n} \qquad (5)$$

Considerando-se uma população de amostras, cada qual consistindo em ***n*** observações de uma população normalmente distribuída, independentes e identicamente distribuídas, com parâmetros (ξ,σ^2), e determinando-se a estatística do qui-quadrado para cada amostra, obtém-se uma população de valores de qui-quadrado, denominada Distribuição do Qui-quadrado, que deverá ser independente de ξ e σ^2, tendo-se χ^2 como função das variáveis padronizadas. Multiplicando-se os valores χ^2 por $\frac{\sigma^2}{n}$, obtém-se a população de valores de $\hat{s}^2$, de acordo com a equação (5).

Portanto, a distribuição χ^2 depende somente de ***n***, e a distribuição de $\hat{s}^2$ pode ser derivada da distribuição χ^2, utilizando-se a transformação (5).

3 - A DISTRIBUIÇÃO NORMAL

A função da distribuição normal é definida como:

$$p(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\xi)^2}{2\sigma^2}} \qquad (6)$$

Onde: x = variável, ξ = média aritmética e σ = desvio padrão da distribuição. Portanto, a probabilidade de que uma variável seja menor ou igual a x é dada por:

$$P\{x\} = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{t} e^{-\frac{(x-\xi)^2}{2\sigma^2}} dt \qquad (7)$$

4 - A DISTRIBUIÇÃO NORMAL PADRONIZADA

Considerando-se a variável padronizada: $u = \frac{x-\xi}{\sigma}$ (8) , com média ZERO e desvio padrão igual a UM,

$$p\{x\} = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{u^2}{2}}, \text{ tem-se que: } p\{u\} = \left[p\{x\} \frac{dx}{du} \right]_{x=\xi+u\sigma} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{u^2}{2}}$$

(9)

A variável ***u*** é normalmente distribuída, com média 0 e variância 1, e a função

$$\varphi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{u^2}{2}}, \qquad (10)$$

é denominada *Função de Distribuição Normal Padronizada*, e sobre ela podem ser destacadas as seguintes proposições:

$$\Phi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{u} e^{-\frac{u^2}{2}} du \qquad (11) \qquad \begin{cases} P\{x\} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\left(\frac{x-\xi}{\sigma}\right)} e^{-\frac{u^2}{2}} du \\ P\{x\} = \Phi\left(\frac{x-\xi}{\sigma}\right) = \Phi\{u\} \\ \forall u = \frac{x-\xi}{\sigma} \end{cases}$$

5 - DEMONSTRAÇÃO DA DISTRIBUIÇÃO DO QUI-QUADRADO

A distribuição do Qui-quadrado pode ser derivada por indução. Na prova seguinte y será usado no lugar de χ^2.

Definindo-se f como o número de graus de liberdade de uma distribuição χ^2, quando f = 1, y torna-se u^2, o que conduz a:

$$P\{y < y_0\} = P\{-\sqrt{y_0} < u < \sqrt{y_0}\} = \Phi(\sqrt{y_0}) - \Phi(-\sqrt{y_0}) = 2\Phi(\sqrt{y_0}) - 1$$

Diferenciando-se a equação acima em relação a y_0, obtém-se:

$$p\{y_0\} = 2\frac{d\Phi(\sqrt{y_0})}{d(\sqrt{y_0})}.\frac{d(\sqrt{y_0})}{dy_0} \Rightarrow p\{y_0\} = 2\varphi(\sqrt{y_0}).\frac{1}{2}.y_0^{-\frac{1}{2}y_0}$$

Utilizando-se o resultado (10), obtém-se:

$$\varphi(\sqrt{y_0}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\sqrt{y_0})^2}{2}} \Rightarrow p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} y_0^{-\frac{1}{2}} e^{-\frac{1}{2}y_0} \qquad (12)$$

Para f = 2, obtém-se a combinação $y = u_1^2 + u_2^2$, onde u1 e u2 são independentes e identicamente distribuídos. Fazendo-se $y_1 = u_1^2$ e $y_2 = u_2^2$, decorrerá que $y = y_1 + y_2$, onde y1 e y2 são distribuídos de acordo com a equação (12). O problema torna-se, então, descobrir a distribuição da soma de duas variáveis.

De acordo com a fórmula da multiplicação, a probabilidade de y1 e y2 pertencerem ao retângulo definido pelo intervalo(y1,y1+dy1) e (y2,y2+dy2) é igual a [p{y1}dy1.p{y2}dy2](13). A probabilidade de que $y_1 + y_2 < y$, pode ser encontrada pela integração da equação (13).

$$P\{y_1 + y_2 < y\} = P\{y\} = \int_0^y p\{y_1\} \int_0^{y-y_1} p\{y_2\} dy_2 dy_1 \qquad (14)$$

Se esta expressão é diferenciada em relação a y, a fórmula da função de distribuição da soma de duas variáveis estocásticas pode ser obtida, tal que:

$$p\{y\} = \int_0^y p\{y_1\}[p\{y_2\}]_{y_2=y-y_1} dy_1 \qquad (15)$$

Introduzindo:

$$p\{y_1\} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} y^{-\frac{1}{2}} e^{-\frac{1.y_1}{2}} dy_1$$

$$[p\{y_2\}]_{y_2=y-y_1} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} (y-y_1)^{-\frac{1}{2}} e^{-\frac{1}{2}(y-y_1)}$$

logo :

$$p\{y\} = \frac{1}{2\pi} e^{-\frac{1}{2}y} \int_0^y y_1^{-\frac{1}{2}} (y-y_1)^{-\frac{1}{2}} dy_1 \qquad (16)$$

e escrevendo $y_1 = yt$, esta equação se torna:

$$p\{y\} = \frac{1}{2\pi} . e^{-\frac{1}{2}y} \int_0^1 t^{-\frac{1}{2}} (1-t)^{-\frac{1}{2}} dt = c. \frac{1}{2\pi} . e^{-\frac{1}{2}y}$$

Onde ***c*** denota uma constante, desde que a integral $\int_0^1 t^{-\frac{1}{2}} (1-t)^{-\frac{1}{2}} dt$ seja independente de y.

Para as distribuições contínuas de probabilidade, *P{y}* é dada como:

$$P\{y\} = \int_0^{+\infty} p\{y\}dy = 1 \qquad (17)$$

$$\frac{c}{2\pi}\int_0^{\infty} e^{-\frac{1}{2}y}dy = \frac{c}{2\pi}\lim_{P\to\infty}\left\{-2e^{-\frac{1}{2}y}\Big|_0^P\right\} = 1$$

$$\frac{c}{2\pi}\lim_{P\to\infty}\left\{-2e^{-\frac{1}{2}P} - (-2)\right\} = \frac{2c}{2\pi} = \frac{c}{\pi} = 1 \Rightarrow (c = \pi)$$

A distribuição de y pode então ser escrita como:

$$p\{y\} = \frac{1}{2}e^{-\frac{1}{2}y} \qquad (18)$$

Generalizando os resultados das equações (12) e (18), pode-se escrever a função de distribuição de y (Distribuição do Qui-quadrado) como combinações para *f* e 2 graus de liberdade, respectivamente. Assumindo que a função de distribuição para $y_1 = \sum_{i=1}^{f} u_i^2$ é igual a:

$$p\{y1\} = \frac{1}{2^{\frac{f}{2}}.\Gamma\left(\frac{f}{2}\right)}.y_1^{\left(\frac{f}{2}-1\right)}.e^{-\frac{1}{2}y_1} \qquad (19)$$

e, genericamente,

$$p\{y\} = \frac{1}{2^{\frac{f}{2}}.\Gamma\left(\frac{f}{2}\right)}.y^{\left(\frac{f}{2}-1\right)}.e^{-\frac{1}{2}y} \quad ,$$

o que conduz a

$$P\{\chi^2\} = \frac{1}{2^{\frac{f}{2}}.\Gamma\left(\frac{f}{2}\right)}.\int_0^{\chi^2} x^{\left(\frac{f}{2}-1\right)}.e^{-\frac{1}{2}x}\,dx \qquad (20)$$

Onde: *Γ = Função Gama.*

6 - A FUNÇÃO GAMA

A ***Função Gama***, simbolizada por $\Gamma(n)$, pode ser definida, se n>0, como:

$$\Gamma(n) = \int_0^{\infty} u^{n-1} e^{-u}\,du \qquad (21)$$

Usando a *Teoria das Transformadas de Laplace*, algumas propriedades importantes da Função Gama podem ser deduzidas.

a) Função Gama de $n > 0$:

$$\Gamma(1) = \int_0^{\infty} u^{n-1} e^{-u}\,du = \int_0^{\infty} u^{1-1} e^{-u}\,du = \lim_{P\to\infty}\int_0^{P} e^{-u}\,du = \lim_{P\to\infty}(1-e^{-P}) = 1$$

b) Função Gama Genérica, se n é um número inteiro e positivo:

$$\Gamma(n+1) = \int_0^{\infty} u^{n} e^{-u}\,du = \lim_{P\to\infty}\int_0^{P} u^{n} e^{-u}\,du =$$

$$\Gamma(n+1) = \lim_{P\to\infty}\left\{(u^n)(-e^{-u})\,\Big|_0^P - \int_0^P (nu^{n-1})(-e^{-u})du\right\} = \lim_{P\to\infty}\left\{-P^n e^{-P} + n\int_0^P u^{n-1}e^{-u}du\right\}$$

$$\Gamma(n+1) = n\int_0^P u^{n-1}e^{-u}du = n\Gamma(n) = n!$$

Por essa razão, por vezes, a Função Gama é chamada de Função Fatorial.

c) Demonstração da propriedade $\Gamma(1/2) = \sqrt{\pi}$:

$$Ip = \int_0^P e^{-x^2}dx = \int_0^P e^{-y^2}dy \rightarrow \text{e seja} : \lim_{P\to\infty} Ip = I$$

$$Ip^2 = \left(\int_0^P e^{-x^2}dx.\int_0^P e^{-y^2}dy\right) = \int_0^P\int_0^P e^{-(x^2+y^2)}dxdy = \iint_{\Re p} e^{-(x^2+y^2)}dxdy$$

onde $\Re_p$ representa um quadrado de lado P.

$$\iint_{\Re 1} e^{-(x^2+y^2)}dxdy \le Ip^2 \le \iint_{\Re 1} e^{-(x^2+y^2)}dxdy, \text{ e usando coordenadas polares(r,}\Theta\text{), pode-se escrever :}$$

$$\int_{\Theta=0}^{\Theta=\frac{\pi}{2}} \int_{r=0}^{P} e^{-r^2} rdrd\Theta \le Ip^2 \le \int_{\Theta=0}^{\Theta=\frac{\pi}{2}} \int_{r=0}^{P\sqrt{2}} e^{-r^2} rdrd\Theta$$

$$\frac{\pi}{4}\left(1-e^{-P^2}\right) \le Ip^2 \le \frac{\pi}{4}\left(1-e^{-2P^2}\right) \Rightarrow \lim_{P\to\infty} Ip^2 = I^2 = \frac{\pi}{4} \Rightarrow I = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$$

Aplicando-se a propriedade descrita no item 6.a, pode-se escrever que:

$$\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \int_0^{\infty} u^{-\frac{1}{2}}.e^{-u}du \Rightarrow com: u = v^2, \text{ obtém-se}: \Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \int_0^{\infty} e^{-v^2}dv = 2\frac{\sqrt{\pi}}{2} = \sqrt{\pi}$$

Aplicando-se agora a propriedade do item 6.b, obtém-se:

$$\Gamma\left(\frac{3}{2}\right) = \Gamma\left(\frac{1}{2}+1\right) = \Gamma(n+1) = n! = n\Gamma(n) = \frac{1}{2}\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$$

d) Demonstração do fatorial de (n/2) :

$$\Gamma\left(\frac{5}{2}\right) = \frac{3}{2}\Gamma\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{3\sqrt{\pi}}{4}, \text{ analogamente, para n} = 7, \Gamma\left(\frac{7}{2}\right) = \frac{5}{2}\Gamma\left(\frac{5}{2}\right) = \frac{15\sqrt{\pi}}{8}$$

Assim, para qualquer n, pode-se generalizar :

$$\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)=\left(\frac{n}{2}-1\right)!=\left(\frac{n}{2}-1\right)\left(\frac{n}{2}-2\right)...\frac{\sqrt{\pi}}{2} \quad \text{(d.1)}$$

Somando - se 1 em cada termo da equação descrita acima, deduz - se o seguinte resultado:

$$\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)=\left(\frac{n}{2}-1+1\right)!\Rightarrow\left(\frac{n}{2}\right)\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)=\left(\frac{n}{2}\right)! \quad \text{(d.2)}$$

Substituindo-se (d.2) em (d.1), obtém-se:

$$\left(\frac{n}{2}\right)!=\left(\frac{n}{2}\right)\left(\frac{n}{2}-1\right)!\Rightarrow\left(\frac{n}{2}\right)!=\left(\frac{n}{2}\right)\left(\frac{n}{2}-1\right)\left(\frac{n}{2}-2\right)...\frac{\sqrt{\pi}}{2} \quad \text{(d.3)}$$

expressão que, segundo Hald (1952), representa o fatorial de um número não inteiro.

7 - A DISTRIBUIÇÃO DO DESVIO PADRÃO

De acordo com o desenvolvimento proposto por Hald (1952), se $\hat{s}^2=\sigma^2\frac{\chi^2}{n-1}$, então: $s=\sigma\sqrt{\frac{\chi^2}{f}}$, onde f = (n-1)

A média desta distribuição será:

$$M\{s\}=\frac{\sigma}{\sqrt{f}}M(\chi)=c_4.\sigma \quad (22)$$

$$M\{\chi^r\} = \frac{1}{2^{\frac{f}{2}}.\Gamma\left(\frac{f}{2}\right)} \int_0^\infty \left(\chi^2\right)^{\frac{f}{2}-1}.\chi^r.e^{-\frac{\chi^2}{2}} d(\chi^2) = \frac{1}{2^{\frac{f}{2}}.\Gamma\left(\frac{f}{2}\right)} \int_0^\infty \left(\chi^2\right)^{\frac{(f+r)}{2}-1}.e^{-\frac{\chi^2}{2}} d(\chi^2) =$$

$$M\{\chi^r\} = \frac{2^{\frac{(f+r)}{2}}.\Gamma\left(\frac{f+r}{2}\right)}{2^{\frac{f}{2}}.\Gamma\left(\frac{f}{2}\right)} = 2^{\frac{(r)}{2}} \frac{\Gamma\left(\frac{f+r}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{f}{2}\right)}$$

$$\text{desde que}: \frac{1}{2^{\frac{f+r}{2}}.\Gamma\left(\frac{f+r}{2}\right)} \int_0^\infty \left(\chi^2\right)^{\frac{(f+r)}{2}-1}.e^{-\frac{\chi^2}{2}} d(\chi^2) = 1$$

$$\text{Para r} = 1, M\{\chi\} = \sqrt{2}\frac{\Gamma\left(\frac{f+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{f}{2}\right)}, \text{ e } c_4 \text{ será igual a}:$$

$$c_4 = \frac{M\{\chi\}}{\sqrt{f}} = \sqrt{\frac{2}{f}}\frac{\Gamma\left(\frac{f+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{f}{2}\right)} = \sqrt{\frac{2}{n-1}}\frac{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)} = \sqrt{\frac{2}{n-1}}\frac{\left(\frac{n}{2}-1\right)!}{\left(\frac{n-1}{2}-1\right)!} \qquad (23)$$

Portanto, a média ou o “valor esperado” do desvio padrão amostral é $c_4\sigma$, onde c_4 é uma constante que depende apenas de n.

A partir do resultado de (23) o desvio padrão do desvio padrão amostral pode ser então explicitado como:

$$\begin{cases} E(x) = c_4.\sigma \\ Var(x) = E(x^2) - [E(x)]^2 \\ Var(\sigma) = E(\sigma^2) - [E(\sigma)]^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Var(\sigma) = \sigma^2 - c_4^2.\sigma^2 = \sigma^2\left(1-c_4^2\right) \\ \sigma_s = \sqrt{Var(\sigma)} = \sqrt{\sigma^2\left(1-c_4^2\right)} = \sigma\sqrt{\left(1-c_4^2\right)} \end{cases} \qquad (24)$$

8 - LIMITES DE CONTROLE PARA AS CARTAS X-BAR E S DE SHEWHART

Durante a década de 20, Walter A. Shewhart propôs pela primeira vez um modelo geral de cartas de controle baseado na idéia de que, estando o processo estudado sob controle estatístico (as medidas individuais são provenientes de uma mesma população) e com distribuição normal, então uma estatística W qualquer, calculada a partir dos valores amostrais, e que tenha média $\mu(W)$ e desvio padrão $\sigma(W)$ conhecidos, terá uma probabilidade próxima a um (99,74%) de estar no intervalo $\mu(W) \pm 3\sigma(W)$.

Conseqüentemente, os limites do gráfico de controle, para essa estatística, serão:

Limite Superior de Controle	LSC =	$\mu(W) + 3\sigma(W)$
Limite Médio de Controle (Central)	LM =	$\mu(W)$
Limite Inferior de Controle	LIC =	$\mu(W) - 3\sigma(W)$

Assim, quando um valor cai fora do intervalo estabelecido pelos limites de controle, é possível que a hipótese de que o processo esteja sob controle não seja mais válida, indicando a presença de uma causa especial de variação (Ramos, 1995).

Na prática, $\mu(W)$ e $\sigma(W)$ são desconhecidos, tornando-se necessário estimá-los a partir dos valores amostrais obtidos do processo. É para uma estimativa como essa no caso de se construir uma carta do tipo X-barra/S, que se utilizam os coeficientes C4 e C5, deduzidos anteriormente. Associando C4 e C5 aos limites modelados por Shewhart, e, considerando-se que o desvio padrão amostral (s) é igual a $\sigma/n^{1/2}$, obtém-se:

Limite Gráfico	Para Carta X-barra	Para Carta S
Limite Superior de Controle	$LSC = \bar{\bar{x}} + 3\frac{\bar{s}}{c_4\sqrt{n}}$	$LSC = \bar{s} + 3\frac{\bar{s}}{c_4}\sqrt{1-c_4^2}$
Limite Médio de Controle (Central)	$LMC = \bar{\bar{x}}$	$LMC = \bar{s}$
Limite Inferior de Controle	$LIC = \bar{\bar{x}} - 3\frac{\bar{s}}{c_4\sqrt{n}}$	$LIC = \bar{s} - 3\frac{\bar{s}}{c_4}\sqrt{1-c_4^2}$

Tabela 1. Limites de Controle para as cartas de Shewhart

9 - TABELA DOS VALORES DOS COEFICIENTES C4 E C5:

Como foi demonstrado nas seções precedentes, os coeficientes das Cartas de Shewhart X-barra e S dependem somente do tamanho da amostra ***n***. Portanto, tem-se que:

n	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
C4	0,798	0,886	0,921	0,940	0,952	0,959	0,965	0,969	0,973	0,975	0,978
C5	0,603	0,463	0,389	0,341	0,308	0,282	0,262	0,246	0,232	0,221	0,211

Tabela 2. **Coeficientes C4 e C5 para as cartas de Shewhart.**

10 – CONCLUSÃO

O presente artigo pautou-se na investigação matemática dos coeficientes usados para o estabelecimento dos limites de controle das cartas de Shewhart, bem como procurou demonstrar qual modelamento estatístico foi usado e porque ele é adequado. Procurou-se demonstrar como a Função Gama pode ser usada para descrever algumas distribuições de probabilidade, por vezes comum em literaturas do gênero, embora tenha seu emprego raramente justificado pelos escritores.

O argumento do trabalho origina-se na utilização cada vez mais constante desses tipos de cartas de controle e, não obstante, das poucas referências disponíveis sobre o assunto. Os compêndios sobre a matéria, na maioria das vezes, apenas citam os valores tabelados para os coeficientes, e, raramente fazem referência à sua origem estatística ou matemática.

O presente artigo, de cunho fundamentalmente didático, pretende servir de auxílio a todos aqueles que, de alguma maneira, vivem os desafios da busca pela Qualidade Total ou se interessem pelas peculiaridades dos procedimentos de engenharia; a todos aqueles que se relacionam de alguma forma com a Engenharia de Produção, procurando, no desenvolvimento de suas competências, um melhor entendimento das questões que envolvem o Controle de Qualidade Moderno.

11- REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BARTMANN, Flávio C. *Idéias básicas do Controle Moderno de Qualidade*. 7º Simpósio Nacional de Probabilidade e Estatística. Campinas, UNICAMP, 1986, p. 41-67.

CHAMP, C.W. WOODALL, W.H. *Exact result for Shewhart Control Charts with Supplementary Runs Rules.* Technometrics. V.29, p. 393-399,1987.

HALD, A. *Statistical Theory with Engineering Applications*. New York: John Wiley & Sons, 1952, p. 90-300.

MONTGOMERY, D.C. *Introduction to Statistical Quality Control.* 2 ed. New York, John Wiley, 1991.

NELSON, L.S. *Interpreting Shewhart X-Bar Control Charts*. Journal of Quality Technology, Milwaukee, V.17, n.2, p. 114-116, Apr.1985.

PARR, W.C. *"How do World Class Organizations Use Statistics? (A Study of Best Practices)"*. ASQC Statistics Division Newsletter 15, p. 21-27,1995.

RAMOS, A.W. *Controle Estatístico de Processo para Pequenos Lotes*. São Paulo, Ed.Edgard Blucher Ltda., p. 7-9, 1995.

WAERDEN, B. L. *Mathematical Statistics*. Berlin: Springer-Verlag, 1969. P.55-59.

WOODAL, W.H. *Control Charts based on Attribute Data: Bibliography and Review*. Journal of Quality Technology, V.29, n.2, p. 174, Apr.1997.