

## MÉTODO DE OTIMIZAÇÃO MULTI OBJETIVO BASEADO NA ANÁLISE ENVOLTÓRIA DE DADOS

MOALLEM, E., GOMES, J. H. F., PAIVA, A. P.; ALMEIDA, M. A. A.

**Resumo:** *A otimização de um processo de fabricação de múltiplas respostas não é uma tarefa trivial. Muitos autores têm tentado superar as dificuldades específicas observadas nesta área do conhecimento explorando poderosos mecanismos presentes em uma grande quantidade de técnicas, tais como o Projeto de Experimentos ou DOE (do inglês, Design of Experiments), Metodologia de Superfície de Resposta (MSR) e programação matemática. Desta forma, este trabalho apresenta uma abordagem alternativa híbrida, combinando Metodologia de Superfície de Resposta (RSM) e Análise Envoltória de Dados (DEA – Data Envelopment Analysis), uma popular técnica de programação linear utilizada para comparar a eficiência das Unidades de Tomada de Decisão (DMU – Decision Making Units). A ideia básica é a otimização de um conjunto de múltiplas respostas de um processo de fabricação bem definido utilizando DEA como um algoritmo para gerar uma função objetivo singular. Uma vez que um grande número de processos de fabricação apresentam conjuntos de múltiplas respostas, a proposta de otimização apresentada acima foi aplicada, a título de exemplo, em um processo de soldagem FCAW (do inglês, Flux Cored Arc Welding) baseado em quatro variáveis do processo soldagem estudado por Gomes (2010). Os valores ótimos obtidos nesta aplicação serão comparados aos resultados obtidos pelo método Desirability e aos obtidos por Gomes (2010) e analisados.*

**Palavras-chave:** *Projeto de Experimentos (DOE), Metodologia de Superfície de Resposta (MSR), Análise Envoltória de Dados (DEA).*

## 1. INTRODUÇÃO

Muitos processos de fabricação são naturalmente multivariados e, embora sejam comuns em um ambiente de indústria, há uma falta de eficiência na construção dos modelos das características de qualidade quando o método tradicional Mínimos Quadrados Ordinários (OLS -*OrdinaryLeastSquares*) é empregado. Estes tipos de processos são considerados também muito específicos, o que implica que um único modelo não pode ser empregado em qualquer processo, matéria-prima ou instalação operacional. Procurando as melhores condições de operação do processo, o comportamento de algumas características desejadas deve ser avaliado em função dos incrementos de fatores que são, a princípio, considerados significativos. Isto é tipicamente a estratégia experimental.

Algumas vezes, a existência de conjuntos de múltiplas características de qualidade envolve o crescimento da complexidade do processo. Esta alta complexidade dificulta o real entendimento do processo e, conseqüentemente, a busca por uma maior eficiência do mesmo. Isso ocorre pela grande dificuldade em otimizar simultaneamente todas essas variáveis que influenciam diretamente um processo. Existem várias literaturas que avaliam o processo com essa característica, no entanto nenhuma delas propõe um método efetivo de otimização simultânea que leve em consideração o grau de influência que cada variável tem sobre o processo.

O mais conhecido método de otimização simultânea de múltiplas respostas é o Desirability — expressão não traduzida por entender-se não ser apropriado — criado por Harrington(1965). Este tipo de solução se baseia em valores pré determinados de máximos e mínimos para as variáveis, o que pode adicionar um grau de erro a solução ótima caso não seja realizado um estudo para a determinação dos mesmos.

Neste trabalho, uma proposta desenvolvida por Liao e Chen (2002) para tratar um arranjo de Taguchi através da Análise Envoltória de Dados (DEA) será estendida para o caso de múltiplas respostas obtidas através do arranjo de Superfície de Resposta com Arranjo Composto Central (Central Composite Design - CCD) rotativo. Para cumprir o objetivo proposto, o experimento é realizado na região de interesse de acordo com o arranjo escolhido e as respostas de interesse serão registradas e calculadas. Utilizando

cada experimento do CCD como uma DMU, a eficiência de todos os experimentos será calculada utilizando uma programação linear típica escrita através do formato da Análise Envoltória de Dados. Então será realizada uma Análise de Variância (ANOVA) (MONTGOMERY e RUNGER, 2003) a fim de verificar se o ajuste do modelo foi satisfatório e para determinar os coeficientes de regressão para cada uma das respostas. Por último, a otimização é realizada através de uma função objetivo singular, usando a superfície de resposta para a eficiência.

Com o objetivo de exemplificar a aplicação desta metodologia e por considerar que tais características são típicas dos processos de soldagem, é utilizado um processo de soldagem a arco com arame tubular (Flux Cored Arc Welding - FCAW). Este processo é amplamente utilizado por indústrias que buscam processos de soldagem com alta produtividade e flexibilidade. A soldagem FCAW é o processo onde a coalescência entre metais é obtida através de arco elétrico estabelecido entre a peça a ser soldada e um eletrodo tubular alimentado continuamente. Vale ressaltar que os resultados obtidos não objetivam mostrar um avanço tecnológico do processo, mas sim a possibilidade do método ser aplicado em outros processos de manufatura similares. Tanto a metodologia proposta, quanto o caso investigado serão descritos nas próximas seções desse trabalho.

## **2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA**

### **2.1 Projeto e Análise de Experimentos**

Para Montgomery (2001), uma maneira sistemática de se analisar e avaliar a magnitude de várias fontes de variação que influenciam um processo deve iniciar-se com a identificação e seleção dos fatores que possam contribuir para a variação, proceder-se, em seguida, à seleção de um modelo que inclua os fatores escolhidos e planejar experimentos eficientes para estimar seus efeitos. Desta forma, segundo Montgomery (2001), experimentação se caracteriza como uma parte fundamental para o método científico na análise das diversas aplicações de engenharia.

O Projeto e Análise de Experimentos (*Design of Experiments – DOE*), de acordo o mesmo autor, é então definido como o processo de planejamento dos experimentos para que dados apropriados sejam coletados e depois analisados por métodos estatísticos, resultando em conclusões válidas e objetivas. Assim, qualquer problema experimental deve ser sustentado por dois elementos: o projeto dos experimentos e a análise estatística dos dados.

O emprego da abordagem estatística no Projeto e Análise de Experimentos necessita que as pessoas envolvidas nos experimentos tenham uma ideia clara a respeito do fenômeno que se pretende estudar, de como os dados serão coletados e de um entendimento básico das ferramentas de análise utilizadas. Assim, Montgomery (2001) propõe que o emprego do Projeto e Análise de Experimentos deve considerar as seguintes etapas:

- 1º) Definição do problema;
- 2º) Escolha dos fatores e definição dos níveis de trabalho;
- 3º) Seleção das variáveis de resposta;
- 4º) Escolha do projeto experimental;
- 5º) Execução dos experimentos;
- 6º) Análise estatística dos dados;
- 7º) Conclusões e recomendações.

Com relação aos projetos experimentais, tem-se que técnicas mais utilizadas compreendem o Planejamento Fatorial Completo, o Planejamento Fatorial Fracionado, os arranjos de Taguchi e a Metodologia de Superfície de Resposta. Entre tais projetos experimentais, o presente trabalho utilizou a Metodologia de Superfície de Resposta, já que este estudo se propõe à otimização de processos que são influenciados por múltiplas variáveis (NILO, 2003), tal como acontece no exemplo de soldagem com arame tubular em operações de revestimento de aços carbono com aços inoxidáveis que será mostrado neste trabalho. Sendo assim, os principais conceitos que fundamentam a Metodologia de Superfície de Resposta são discutidos com maiores detalhes no item seguinte.

## 2.2 Metodologia de Superfície de Resposta

A Metodologia de Superfície de Resposta (MSR), segundo Montgomery (2001), é uma coleção de ferramentas matemáticas e estatísticas utilizada para a modelagem e análise de problemas em que a resposta de interesse é influenciada por diversas variáveis e o objetivo é a otimização desta resposta. Para a maioria dos problemas, verifica-se que as relações entre a resposta e as variáveis independentes são conhecidas. Assim, é preciso encontrar uma aproximação razoável para a verdadeira relação entre Y e o conjunto de variáveis independentes. Geralmente, é empregado um polinômio de ordem baixa em algumas regiões de interesse.

Se o sistema apresentar curvatura, então um polinômio de maior grau deve ser usado, como o modelo de segunda ordem descrito pela Eq. (1):

$$y = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} x_i^2 + \sum_{i < j} \beta_{ij} x_i x_j + \varepsilon \quad (1)$$

onde: y – Resposta de interesse  
 $x_i$  – Variáveis independentes  
 $\beta_i$  – Coeficientes a serem estimados  
k – Número de variáveis independentes  
 $\varepsilon$  – Erro experimental

Montgomery (2001) também considera que é pouco provável que um determinado modelo polinomial se aproxime de um modelo real para todo o espaço experimental para as variáveis independentes. Para uma região específica, a aproximação geralmente é eficiente. O método dos Mínimos Quadrados Ordinários (OLS) é usado para estimar os parâmetros ( $\beta$ ) que na forma matricial pode ser escrito como:

$$\beta = (X^T X)^{-1} X^T y \quad (2)$$

Onde  $X$  é a matriz dos níveis de fatores e  $y$  é a resposta. A avaliação da presença de curvatura no modelo é baseada na análise dos pontos centrais para os níveis de fatores.

Derringer e Suich (1980), lidando com problemas de múltiplas respostas melhorou o algoritmo da função *Desirability* de Harrington (1965). Neste método, o modelo estatístico é primeiramente obtido utilizando Mínimos Quadrados Ordinários (OLS). Em segundo lugar, usando um conjunto de transformações baseados nos limites impostos para as respostas, a conversão é feita para cada uma das respostas, resultando em uma função *Desirability* individual  $d_i$ , com  $0 \leq d_i \leq 1$ . Esses valores individuais são então combinados usando uma média geométrica, tal como:

$$D = (d_1(Y_1) \cdot d_2(Y_2) \dots d_k(Y_k))^{\frac{1}{k}} \quad (3)$$

Este valor de  $D$  dá uma solução de compromisso e é restrito ao intervalo  $[0, 1]$ . O valor de  $D$  se aproxima de 1 quando as respostas estão próximas à sua especificação. O tipo de transformação depende da direção de otimização desejada.

A abordagem da função *Desirability* para problemas de otimização é simples, fácil de aplicar e permite que se faça julgamentos subjetivos sobre a importância de cada resposta. No entanto, de acordo com Khuri e Conlon (1981), este método não leva em consideração os desvios e as correlações das respostas. Ignorar essas correlações pode alterar a estrutura da função global *Desirability*, o que pode comprometer a determinação da condição ótima de operação.

### 2.3 Análise Envoltória de Dados (DEA)

A Análise Envoltória de Dados (DEA) é uma técnica baseada em programação linear utilizada para medir a eficiência relativa de um conjunto de Unidades de Tomada de Decisão (DMU, Decision Making Units) concorrentes, na qual a presença de múltiplas entradas e saídas torna as comparações difíceis. Segundo Liao (2005), a eficiência relativa das múltiplas entradas e saídas de uma DMU é geralmente definida como uma relação (soma ponderada dos outputs da DMU dividido pela soma ponderada dos inputs da DMU). Então, se deseja-se um desempenho superior da eficiência relativa, os dados

de entrada da relação devem ter valores mais baixos e os dados de saída valores mais elevados.

Neste trabalho, esta técnica é combinada com a metodologia tradicional de superfície de resposta para resolver um processo de soldagem de respostas múltiplas. Cada combinação de fatores / níveis é tratada como uma DMU. Seguindo a abordagem proposta por Liao e Chen (2002), as características de qualidade “quanto maior, melhor” de um processo de soldagem são consideradas saídas e as “quanto menor, melhor” são tratadas como entradas. A maximização da relação entre a soma ponderada das saídas e entradas de cada DMU leva à maior eficiência. Os maiores valores de eficiência relativa implicam que as metas para as características de qualidade do cordão de solda foram completamente atingidas. Uma vez que é calculada a eficiência para cada experimento em um CCD (do inglês, *Central Composite Design*), esse índice de multirresposta é utilizado como uma variável dependente. Procedendo como a Metodologia de Superfície de Resposta tradicional, os coeficientes do modelo são obtidos empregando o método dos Mínimos Quadrados Ordinários. Após a inspeção da significância individual, é possível decidir se o modelo quadrático reduzido ou integral deve ser adotado. Depois, utilizando o algoritmo denominado Gradiente Reduzido Generalizado (*Generalized Reduced Gradient – GRG*), a função quadrática do índice DEA é maximizada sujeita à restrição da região experimental. Para comparar os resultados obtidos, realiza-se um estudo da diferença entre os valores obtidos e os valores alvos, que são determinados pela DMUs de eficiência máxima.

Neste trabalho, a notação matemática de Doyle e Green (1994) será adotada para representar o modelo DEA CCR (Charnes et al., 1978). De acordo com esta formulação, a medida de eficiência geralmente utilizado pelo DEA pode ser resumidas como:

$$E_{KS} = \frac{\sum_y O_{sy} v_{ky}}{\sum_x I_{sx} u_{kx}}$$

(4)

Onde  $E_{KS}$  é a medida de eficiência de cada experiência  $s$ , utilizando os pesos de cada experimento  $k$  avaliado;  $O_{sy}$  os valores de saída  $y$  para o experimento  $s$ ;  $I_{sx}$  os valores de entrada  $x$  para o experimento  $s$ ;  $v_{ky}$  os pesos atribuídos a cada experiência  $k$

realizada para a saída  $y$ ;  $u_{ky}$  os pesos atribuídos a cada experiência  $k$  realizada para a entrada  $x$ .

Para decidir o melhor conjunto de pesos para o experimento  $k$  sob avaliação (DMU), muitos modelos matemáticos têm sido desenvolvidos. Dentre eles, o modelo CCR, desenvolvido por Charnes et al (1978), é o mais popular. O objetivo do modelo CCR é maximizar o valor de eficiência relativa da experiência  $k$  por análises dentre um conjunto de experiências de referência  $s$ , selecionando os pesos ideais associados às entrada e saída medidas. A eficiência relativa máxima é limitada a 1. A formulação de programação não linear expressa na equação (a) pode ser escrita como:

$$\max E_{KS} = \frac{\sum_y O_{sy} v_{ky}}{\sum_y I_{sy} u_{ky}}$$

Sujeito a:  $\sum_y O_{sy} v_{ky} - \sum_y I_{sy} u_{ky} \leq 0 \forall$  modelo  $s$

$$v_{ky}; u_{ky} \geq 0 \tag{5}$$

A equação (4) pode ser escrita em uma formulação de programação linear como descrito na equação (5), definindo o seu denominador igual a 1 e maximizando o seu numerador.

$$\max E_{KS} = \sum_y O_{sy} v_{ky}$$

Sujeito a:  $\sum_y I_{sy} u_{ky} = 1$

$$\sum_y O_{sy} v_{ky} - \sum_y I_{sy} u_{ky} \leq 0 \forall$$
 modelos
$$v_{ky}; u_{ky} \geq 0 \tag{6}$$

O resultado da formulação (5) é um valor ideal de eficiência ( $E_{kk}^*$ ) que é no máximo igual à unidade. Segundo Liao e Chen (2002), quando  $E_{kk}^* = 1$ , nenhum outro experimento é mais eficiente que o experimento  $k$  sob seus pesos selecionados. A existência de experimentos com valores de eficiência inferiores a um implica que a combinação de níveis/fatores não se encontra na fronteira ideal, e que há pelo menos

outra experiência que é mais eficiente com um melhor conjunto de pesos. Caso contrário, também é possível que qualquer experimento alcance a eficiência unitária, uma vez que o delineamento experimental representa apenas uma parte de toda uma região experimental, produzindo o que Liao (2004) chamou de "dados censurados". Outra situação possível ocorre quando a eficiência individual de cada experimento encontra-se na proximidade de 100%. Estas situações refletem o aspecto de que qualquer experimento do modelo é ótimo, e indicam que a melhor combinação não é explícita para um modelo experimental escolhido. Para superar esta lacuna, Liao (2004, 2005) propôs a abordagem de rede neural de Taguchi. Através desta estratégia, um modelo de Taguchi é utilizado para gerar a formação inicial de um conjunto de propagação anterior do algoritmo de rede neural. Este conjunto é formado pelas eficiências calculadas obtidas com o modelo. Outra forma de ultrapassar esta lacuna é empregar o conhecimento conceitual da metodologia de Projeto e Análise de Experimentos (DOE). De acordo com o DOE, os resultados experimentais devem ser utilizados para prever valores de resposta somente dentro da região formada pelos níveis dos fatores.

Assim, supondo que é igualmente provável que qualquer valor de cada fator pertence ao seu respectivo intervalo, poderia ser adotada uma amostragem Monte Carlo ou Hipercubo Latino, gerando dados através de uma distribuição de probabilidade uniforme. Outro procedimento ideal de busca poderia ser mais simples se adotado um método de gradiente de base, como o Gradiente Reduzido Generalizado (GRG). Os métodos de gradiente demandam uma função diferenciável que deve ser obtida através de uma superfície de resposta adequada.

#### **2.4 Otimização de múltiplas respostas baseada na Análise Envoltória de Dados**

Em se tratando de processo ou produtos que possuam múltiplos atributos de qualidade, é sempre difícil se encontrar um conjunto de parâmetros ótimos para todas as características de interesse a partir da otimização individual de cada função de transferência pré-estabelecida. A aplicação deste tipo de otimização pode ser de eficácia improvável (KHURI e CORNELL, 1996).

A Análise Envoltória de Dados, ou simplesmente DEA (Data Envelopment Analysis), é uma técnica de programação linear que permite o cálculo da eficiência de um processo de múltiplos objetivos. Esta eficiência é definida através da capacidade com que as DMUs conseguem gerar saídas para determinadas entradas.

Desta forma, a Análise Envoltória de Dados determina o grupo de DMUs com eficiência máxima de um processo e possibilita que as DMUs menos eficiente sejam otimizadas com base nos resultados obtidos pelas mais eficientes.

Em linhas gerais, a proposta deste trabalho é maximizar uma função com múltiplas variáveis que possui como restrição para a solução os limites da região experimental, tal como é descrito na Eq. 7.

$$\begin{aligned} &\text{Maximizar } F[f_1(x); f_2(x); \dots; f_p(x)] \\ &\text{Sujeito} \qquad \qquad \qquad a: x^T x \leq \rho^2 \end{aligned} \tag{7}$$

Valores ótimos podem ser obtidos pela localização do ponto estacionário da superfície ajustada. O objetivo é encontrar um conjunto de x's que possam maximizar a função objetivo F sujeito a uma única restrição que define a região de interesse. Existem duas diferentes regiões experimentais de interesse na otimização: esférica e cuboidal. Para regiões cuboidais, a restrição é escrita como  $-1 \leq x_i \leq 1$ ,  $i = 1, 2, \dots, k$  (k é o número de variáveis de controle), e para regiões esféricas a restrição é definida como  $x^T x \leq \rho^2$ , onde  $\rho$  é o raio. O valor de  $\rho$  pode ser selecionado para se evitar soluções que estão muito fora da região experimental. Para o arranjo composto central, a escolha lógica é  $\rho = \alpha$ , onde  $\alpha$  é a distancia axial. No caso de regiões cuboidais (tais como Box-Behnken e fatoriais ou fatoriais fracionários), a escolha natural para as fronteiras inferiores e superiores dos x's são os baixos e altos níveis experimentais codificados, respectivamente.

Considerando a função objetivo F como a eficiência de um processo ( $\xi$ ), a formulação da Eq. 7 obtém o formato da Eq. 8, na qual é adicionado as restrições de eficiência máxima menor ou igual a 100% e de peso superior a um valor pré-determinado ( $T_1$ ).

$$\begin{aligned}
 &\text{Maximizar } \xi \\
 &\text{Sujeito a } \mathbf{x}^T \mathbf{x} \leq \rho^2 \\
 &\xi \leq 100\% \\
 &w_i \geq T_i
 \end{aligned} \tag{8}$$

A variável  $w_i$  representa o peso relacionado as variáveis do processo em questão. O valor representado por  $T_i$  visa impedir que o peso de certa variável do processo seja nulo, pois isto significa desconsiderar a influência desta variável no cálculo da eficiência. Assim, este valor deve ser determinado de acordo com o processo a ser otimizado.

Segundo o capítulo 2.3, a Análise Envoltória de Dados define eficiência como a razão entre o somatório das variáveis de saída e entrada de um processo, na qual a eficiência será máxima quando o somatório das variáveis de saídas também é máximo. Desta forma, a Eq. 9 mostra a formulação final do problema de otimização da eficiência de processos.

$$\begin{aligned}
 &\text{Maximizar } \xi = \sum_y O_{sy} v_{ky} \\
 &\text{Sujeito a } \sum_y I_{sy} u_{ky} = 1 \\
 &\quad \sum_y O_{sy} v_{ky} - \sum_y I_{sy} u_{ky} \leq 0 \\
 &v_{ky}; u_{ky} \geq 0 \\
 &\quad \mathbf{x}^T \mathbf{x} \leq \rho^2
 \end{aligned} \tag{9}$$

A Figura 1 exibe um fluxograma com a sequência de procedimentos necessários para a aplicação da técnica proposta por este trabalho.

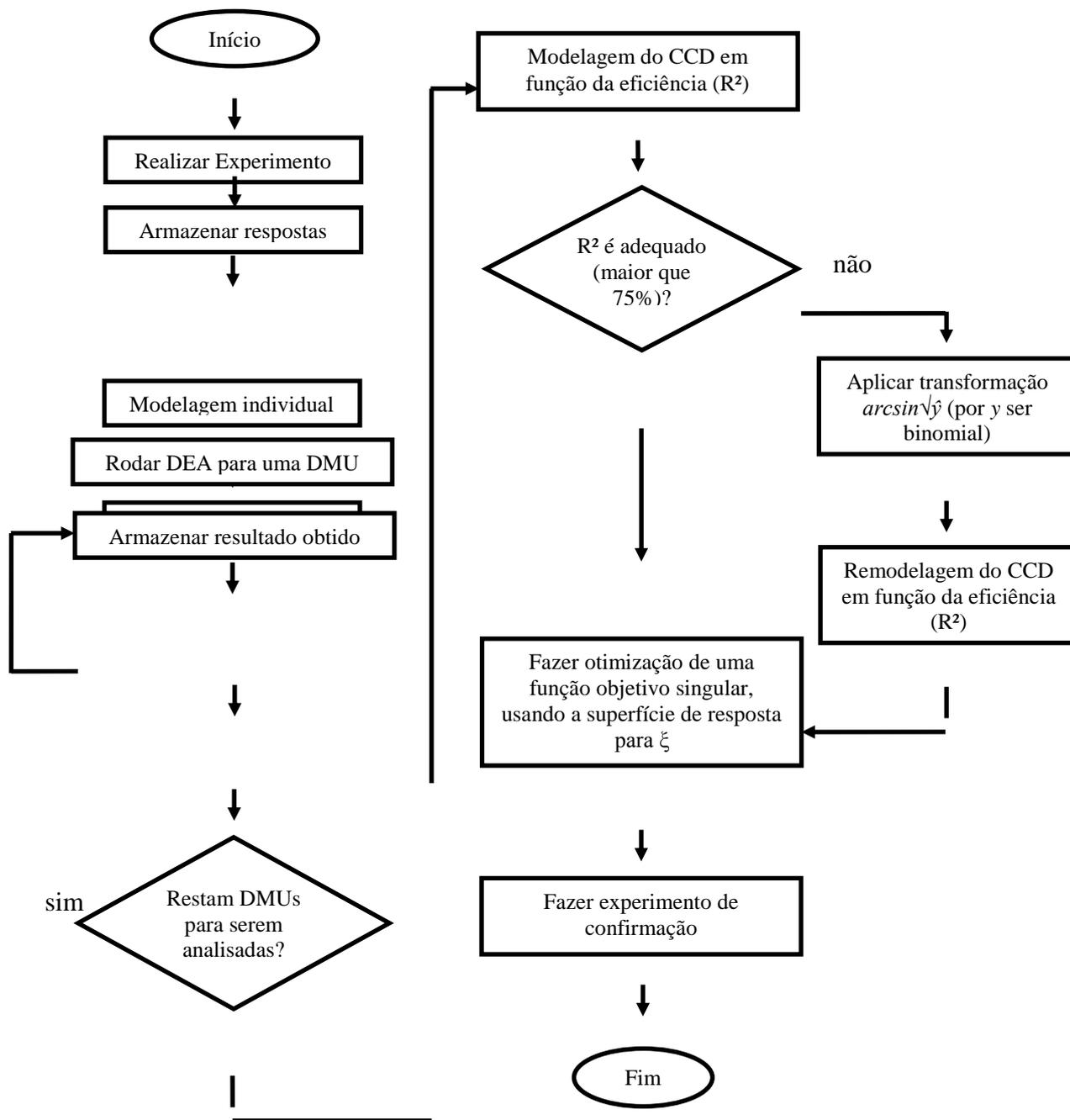


Figura 1 – Fluxograma com a sequência de procedimento para aplicação da Análise Envoltória de Dados para otimização de múltiplos objetivos

Após o cálculo da eficiência de todas as DMUs referentes ao processo em estudo, é realizada a Análise de Variância (ANOVA) através do software Minitab que permite verificar se o ajuste do modelo foi satisfatório e determinar os coeficientes de regressão para cada uma das respostas.

Caso o ajuste do modelo obtenha um valor insatisfatório ( $R^2 < 75\%$ ), torna-se necessário a aplicação da Transformação Binomial sugerida por Bisgaard e Fuller (1994) aos resultados obtidos para a eficiência. Esta aplicação consiste em transformar valores obtidos através de um cálculo de proporção em valores binomiais. A Eq. 10 apresenta esta Transformação Binomial de Bisgaard e Fuller (1994).

$$y = \arcsin \sqrt{\hat{p}} \quad (10)$$

Onde  $\hat{p}$  é a variável que representa a característica que sofrerá a transformação (valor proporcional) e  $y$  o valor binomial. Para este trabalho, a variável  $\hat{p}$  se refere à eficiência calculada através da Análise Envoltória de Dados para cada DMU do processo.

Essa transformação pode se fazer necessário após o cálculo da eficiência se trata de uma proporção e o software Minitab considera que os dados em análise são valores binomiais.

Por último, a otimização é realizada através de uma função objetivo singular, usando a superfície de resposta para a eficiência.

Visando mostrar a aplicabilidade da técnica de otimização através da Análise Envoltória de Dados, será realizado um Estudo de Caso com base nos resultados obtidos por Gomes (2010) para as variáveis de um processo de soldagem FCAW.

No trabalho realizado por Gomes (2010) a otimização do processo foi realizada através do Erro Quadrático Médio Multivariado. Os resultados obtidos por este método de otimização serão comparados aos resultados obtidos através da Análise Envoltória de Dados e posteriormente analisados.

### **3. ESTUDO DE CASO**

A crescente complexidade dos processos de manufatura, aliada à grande diversidade de métodos de otimização existentes, têm resultado em diversos estudos acerca desses métodos e, a cada dia, novas abordagens têm sido propostas, ampliando ainda mais esse universo. Entretanto, os métodos existentes são insuficientes para cobrir todas as possibilidades de otimização, principalmente pela grande dificuldade em otimizar mutuamente todas as variáveis de um processo.

Este capítulo será dedicado à demonstração da aplicação do método de otimização por DEA através da investigação de um processo de soldagem FCAW (do inglês, Flux CoredArcWelding). Tal processo foi realizado e estudado por Gomes (2010) no qual o objetivo era otimizar o processo de soldagem através do método EQMM (Erro Quadrático Médio Multivariado).

Tal qual o trabalho realizado por Gomes (2010), este estudo tem como principal objetivo a otimização do processo de soldagem FCAW, porém o método utilizado é a Análise Envoltória de Dados. Busca-se identificar a combinação ótima dos parâmetros de soldagem que permitam a maximização das características geométricas do cordão de revestimento. Ao contrário das aplicações convencionais, em que é desejável alta penetração (P) para garantir a resistência da junta soldada (Figura 2.a), na soldagem de revestimento (Figura 2.b) o perfil geométrico desejado se resume a:

- Máxima largura do cordão;
- Máximo reforço;
- Mínima penetração;
- Mínima diluição.

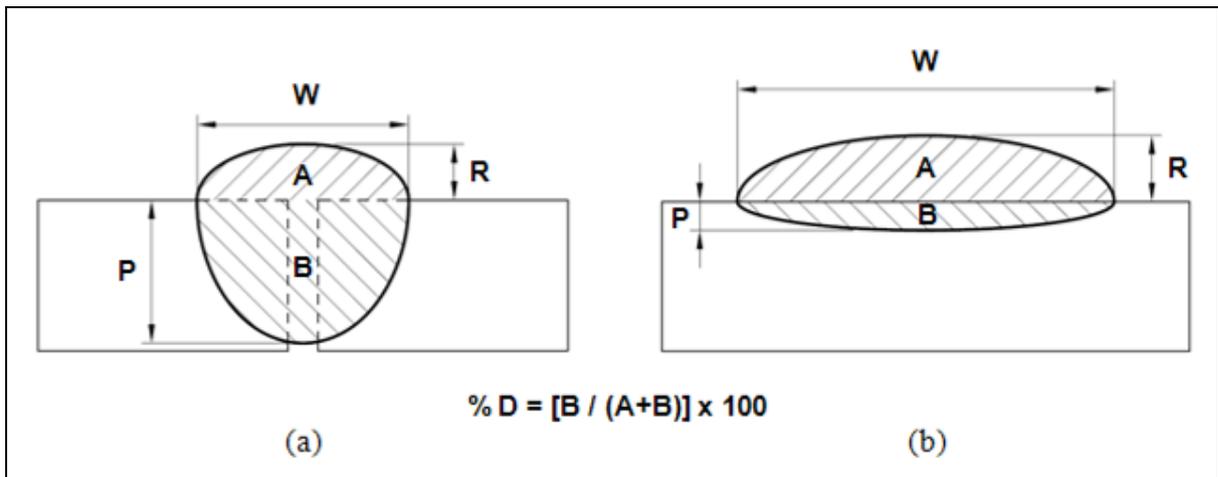


Figura 2 - Perfil geométrico desejado do cordão de solda: a) união da junta soldada (aplicações convencionais); b) soldagem de revestimento.

A obtenção deste perfil geométrico característico é importante para que o processo permita recobrir a maior área possível com o menor número de passes, resultando em economias significativas de materiais e tempo. Assim, um dos maiores desafios da soldagem de revestimento consiste no ajuste adequado dos parâmetros do processo para que o material depositado adquira a geometria desejada.

A otimização deste processo é considerada complexa, pois se refere à otimização de múltiplas respostas de um processo de soldagem que é governado por múltiplos parâmetros de entrada (Figura 3). Portanto, uma abordagem científica para este tipo de problema se torna importante para que os resultados alcançados sejam coerentes e significativos.

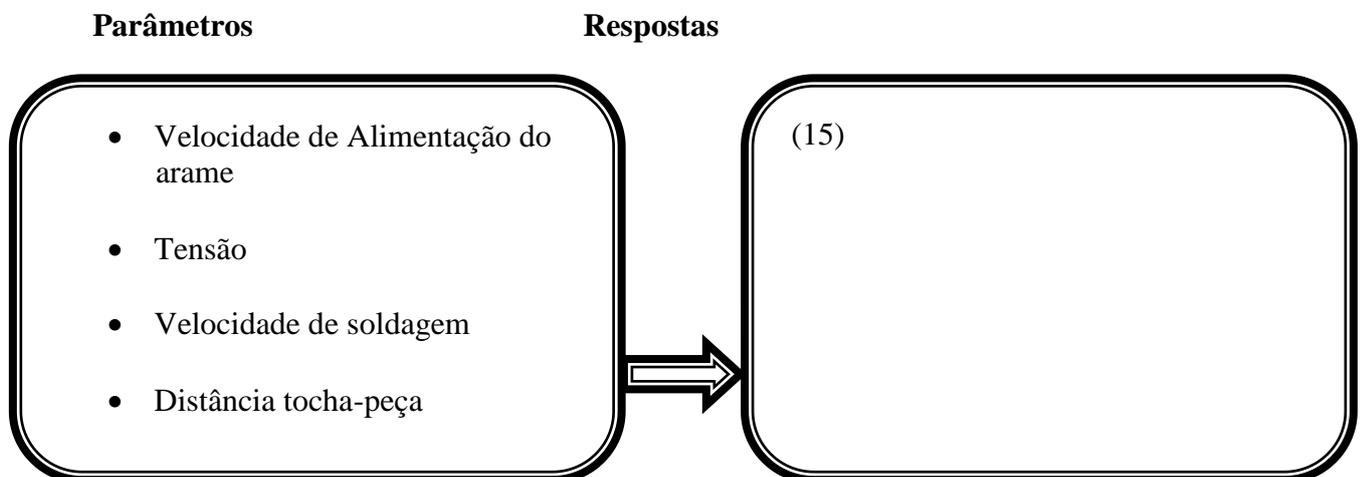


Figura 3 – Esquematização do objeto de estudo

Em Gomes (2010) foram realizados 31 experimentos para o processo de soldagem FCAW. Através da análise de todos os cordões de solda foram calculados os resultados de cada um deles para as variáveis do processo (largura do cordão, reforço, penetração e diluição).

Essas variáveis foram qualificadas como variáveis de entrada ou saída segundo influência que têm sobre o cordão de revestimento. Isto é, as variáveis que devem ser maximizadas (largura do cordão e reforço) para que as características geométricas do cordão sejam máximas são consideradas variáveis de saída do processo. Já as que devem ser minimizadas (penetração e diluição) são consideradas variáveis de entrada do processo. A formulação deste problema de otimização, segundo a Análise Envoltória de Dado, é apresentada na Eq. 10.

$$\text{Max } \xi = W_j \cdot v_{1j} + R_j \cdot v_{2j}, \text{ com } j = 1, 2, 3, \dots, 31$$

$$\text{Sujeito a: } P_j \cdot u_{1j} + D_j \cdot u_{2j} = 1$$

$$(W_j \cdot v_{1j} + R_j \cdot v_{2j}) - (P_j \cdot u_{1j} + D_j \cdot u_{2j}) \leq 0$$

$$\xi \leq 100\%$$

$$v_{1j}; v_{2j}; u_{1j}; u_{2j} \geq 0,05$$

(10)

onde:  $W_j$  – Largura do Cordão

$R_j$  – Reforço

$P_j$  – Penetração

$D_j$  – Diluição

$\xi$  – Eficiência do processo

$v_{1j}$  – peso da variável de saída  $W_j$

$v_{2j}$  – peso da variável de saída  $R_j$

$u_{1j}$  – peso da variável de entrada  $P_j$

$u_{2j}$  – peso da variável de entrada  $D_j$

j – número que identifica qual DMU está sendo analisada, referindo-se ao número da DMU que está sendo analisada

O valor mínimo fixado para os pesos das variáveis foi de 0,05, pois foi o maior valor encontrado que viabilizava o cálculo da eficiência.

Para a realização dos cálculos da eficiência, cada experimento realizado é considerado como uma Unidade de Tomada de Decisão (DMU). Desta forma, para o processo de soldagem em estudo tem-se um total de 31 DMU's.

A eficiência de cada DMU deve ser calculada individualmente e os resultados obtidos devem ser armazenados na medida em que são calculados. Isto significa que o cálculo da eficiência deve ser repetido 31 vezes, no qual para cada DMU em análise, a Eq. 10 deve ser reajustada. Os cálculos foram feitos através do software Solver do *Microsoft Excel*. Todos os resultados obtidos para a eficiência foram compilados na Tabela 2.

Para a realização destes cálculos foram utilizados os valores obtidos por Gomes (2010). Gomes (2010) analisou 31 cordões de solda realizados experimentalmente de acordo com as características do DOE previamente gerado. Através das análises realizadas foi possível obter os valores referentes às quatro variáveis do processo (largura do cordão – W, reforço – R, penetração – P, diluição – D) para cada cordão de solda gerado.

Desta forma, foram compilados na Tabela 2 também todos os 31 valores encontrados por Gomes (2010) para cada uma dessas quatro variáveis. Nesta tabela a unidade de medida para largura do cordão (W), reforço (R) e penetração (P) é milímetro. Já a variável diluição (D) é um valor porcentual.

Na Tabela 2, a DMU 21 possui a eficiência máxima de 100%. Isto significa que o conjunto de variáveis (W, R, P e D) referente a essa DMU gera a melhor característica geométrica do cordão de solda. Sendo assim, pode-se dizer que este conjunto de valores representa o conjunto de valores alvos para as variáveis do processo (Tabela 3).

Tabela 1 - Resultados obtidos para os cálculos das eficiências

DMU	Largura	Reforço	Penetração	Diluição	Eficiência
	W	R	P	D	
1	11,19	2,63	1,37	26,44%	69,10%
2	12,99	3,12	1,66	25,82%	80,55%
3	12,70	2,50	1,69	31,49%	76,00%
4	15,05	2,78	1,98	31,25%	89,15%
5	9,21	2,17	1,65	36,22%	56,90%
6	9,96	2,67	1,94	33,69%	63,15%
7	9,75	2,06	1,54	37,12%	59,05%
8	11,51	2,42	2,18	41,08%	69,65%
9	10,32	2,87	1,25	22,46%	65,95%
10	11,43	3,34	1,00	18,32%	85,46%
11	11,27	2,85	1,32	23,71%	70,60%
12	13,34	3,18	1,10	21,96%	82,60%
13	7,99	2,55	1,11	24,96%	52,70%
14	8,62	2,80	1,23	23,31%	57,10%
15	8,48	2,36	1,37	28,77%	54,20%
16	10,84	2,60	1,64	30,19%	67,20%
17	9,07	2,21	1,38	31,56%	56,40%
18	12,21	3,06	2,14	30,95%	76,35%
19	9,42	3,03	1,20	22,84%	62,25%
20	11,69	2,46	1,86	35,58%	70,75%
21	<b>14,93</b>	<b>3,12</b>	<b>0,95</b>	<b>18,58%</b>	<b>100,00%</b>
22	8,48	2,25	1,43	35,78%	53,65%
23	11,73	2,61	2,18	40,44%	71,70%
24	9,22	2,89	1,28	24,16%	60,55%
25	10,82	2,60	1,71	31,05%	67,10%
26	10,93	2,59	1,72	31,67%	67,60%
27	10,74	2,65	1,62	30,88%	66,95%
28	10,61	2,50	1,80	32,83%	65,55%
29	10,64	2,62	1,49	29,99%	66,30%
30	10,59	2,61	1,49	31,09%	66,00%
31	10,57	2,56	1,50	31,02%	65,65%

Ao realizar a otimização do processo, o resultados encontrados para as variáveis W, R, P e D devem se aproximar do grupo apresentado na Tabela 3.

Tabela 2 - Conjunto de valores alvos

DMU	Parâmetros de Entrada				Variáveis de Geometria do Cordão			
	Va	T	Vs	N	W	R	P	D
	m/min	V	cm/min	mm	mm	mm	mm	-
21	8,50	29,50	20,00	20,00	14,93	3,12	0,95	18,58%

A estimação dos coeficientes de regressão foi feita através do software estatístico MINITAB®, que utiliza, para esta finalidade, o Método dos Mínimos Quadrados Ordinários (OLS). A Tabela 4 apresenta os coeficientes estimados para os modelos quadráticos completos desenvolvidos para as respostas consideradas neste trabalho.

Tabela 3 - Coeficientes estimados para os modelos quadráticos completos

Coeficiente	Variáveis do Processo				Eficiência
	W	R	P	D	
Constante	10,70	2,59	1,62	0,31	0,66
Va	0,80	0,19	0,12	0,00	0,05
T	0,66	-0,11	0,12	0,02	0,02
Vs	-1,45	-0,22	0,09	0,04	-0,10
N	-0,63	0,12	-0,24	-0,04	-0,02
Va*Va	0,00	0,01	0,03	0,00	0,00
T*T	-0,02	0,03	-0,03	-0,01	0,00
Vs*Vs	0,26	0,02	-0,12	-0,01	0,03
N*N	-0,04	0,04	0,02	0,00	0,00
Va*T	0,27	-0,03	0,03	0,01	0,00
Va*Vs	-0,11	-0,01	0,08	0,01	-0,01
Va*N	-0,03	-0,02	-0,10	0,00	0,00
T*Vs	-0,10	0,00	0,00	0,00	0,00
T*N	-0,01	0,01	0,00	0,00	-0,01
Vs*N	0,07	-0,01	0,00	-0,01	0,00

Com os coeficientes apresentados na Tabela 4, foram formuladas as equações do modelo quadrático completo para as variáveis W, R, P, D e para a eficiência do processo (respectivamente, Eq. 11, Eq. 12, Eq. 13, Eq. 14 e Eq. 15).

$$W = 10,70 + 0,80 * Va + 0,66 * T - 1,45 * Vs - 0,63 * N - 0,02 * T^2 + 0,26 * Vs^2 - 0,04 * N^2 + 0,27 * Va * T - 0,11 * Va * Vs - 0,03 * Va * N - 0,10 * T * Vs - 0,01 * T * N + 0,07 * Vs * N$$

(11)

$$R = 2,59 + 0,19 * Va - 0,11 * T - 0,22 * Vs + 0,12 * N + 0,01 * Va^2 + 0,03 * T^2 + 0,02 * Vs^2 + 0,04 * N^2 - 0,03 * Va * T - 0,01 * Va * Vs - 0,02 * Va * N + 0,01 * T * N - 0,01 * Vs * N$$

(12)

$$P = 1,62 + 0,12 * Va + 0,12 * T + 0,09 * Vs - 0,24 * N + 0,03 * Va^2 - 0,03 * T^2 - 0,12 * Vs^2 + 0,02 * N^2 + 0,03 * Va * T + 0,08 * Va * Vs - 0,10 * Va * N$$

(13)

$$D = 0,31 + 0,02 * T + 0,04 * Vs - 0,04 * N - 0,01 * T^2 - 0,01 * Vs^2 + 0,01 * Va * T + 0,01 * Va * Vs - 0,01 * Vs * N$$

(14)

$$\text{Eficiência} = 0,66 + 0,05 * Va + 0,02 * T - 0,10 * Vs - 0,02 * N + 0,03 * Vs^2 - 0,01 * Va * Vs - 0,01 * T * N$$

(15)

A adequação dos modelos foi verificada pela Análise de Variância (ANOVA), realizada através do software MINITAB®. Na Tabela 5 são apresentados os resultados desta análise. Com os resultados obtidos verifica-se que todos os modelos desenvolvidos são adequados, já que apresentam *p-values* inferiores a 5% de significância. Os resultados do ANOVA também indicam que todos os modelos desenvolvidos apresentaram bons ajustes, já que os valores de R<sup>2</sup>(adj.) foram superiores a 84%. Além disso, a Tabela 5 mostra também que os modelos não apresentaram falta de ajuste (Lack-of-fit < 0,05).

Tabela 4 - Análise de Variância

Resposta	P	Lack-of-fit	R <sup>2</sup> (adj.)
			(%)
W	0,000	0,052	98,200
R	0,000	0,115	94,800
P	0,000	0,470	84,100
D	0,000	0,080	93,400
Eficiência	0,000	0,432	94,400

Os resultados da Tabela 5 atestam que não há falta de ajuste nas respostas obtidas, determinando que o modelo matemático completo é suficientemente confiável.

Através da equação do modelo matemático completo para a eficiência e com o auxílio do software Solver do Microsoft Excel foram calculados os valores ótimos para os parâmetros de entrada do processo de soldagem (velocidade de alimentação do arame – Va, tensão – T, velocidade de soldagem – Vs e distância tocha-peça – N). Para isto foi utilizado como restrição a eficiência máxima de 100% e o espaço amostral  $x^T x \leq \rho^2$  (onde  $\rho = \sqrt[4]{2^k}$ , sendo  $\rho$  o raio do espaço amostra e k o número de fatores). Para o caso em estudo tem-se um total de quatro fatores (Va, T, Vs e N). A formulação do problema é mostrada na Eq. 16.

$$\xi = 0,66 + 0,05 * Va + 0,02 * T - 0,10 * Vs - 0,02 * N + 0,03 * Vs^2 - 0,01 * Va * Vs - 0,01 * T * N$$

Sujeito a:  $x^T x \leq 4$

$$\xi \leq 100\%$$

(16)

Obteve-se assim os valores para os parâmetros Va, T, Vs e N. Consequentemente tornou-se possível calcular também os valores das variáveis de entrada (Largura do cordão – W, Reforço – R) e saída (Penetração – P, Diluição – D) do processo. Este cálculo foi realizado através das equações do modelo matemático completo destas variáveis (Eq. 11, Eq.12, Eq. 13 e Eq. 14). A Tabela 6 apresenta

encontrados para os parâmetros de entrada e para as variáveis da geometria do cordão de solda através da otimização pela metodologia DEA. Esta tabela apresenta também os valores alvos e os resultados obtidos para a diferença entre esses valores, a fim de facilitar a análise.

Tabela 5–Resultados e comparações

Variáveis	Parâmetros de Entrada				Variáveis de Geometria do Cordão			
	Va	T	Vs	N	W	R	P	D
	m/min	V	cm/min	mm	mm	mm	mm	-
<b>DEA</b>	<b>8,60</b>	<b>30,03</b>	<b>20,53</b>	<b>19,53</b>	<b>15,31</b>	<b>3,20</b>	<b>0,98</b>	<b>18,99%</b>
Valores Alvos	8,50	29,50	20,00	20,00	14,93	3,12	0,95	18,58%
Erro	1,16%	1,77%	2,58%	-2,40%	2,46%	2,51%	3,06%	2,16%

Os resultados mostram que os valores obtidos pela otimização por Análise Envoltória de Dados foram satisfatórios, pois se aproximaram dos valores alvos obtendo uma diferença máxima de 3,06% para a variável Penetração. Portanto, na medida em que os valores reais se mostraram condizentes com os valores calculados, ficam validados os resultados obtidos para a otimização das características do cordão para o processo de soldagem com arame tubular em operações de revestimento de aços carbonos com aços inoxidáveis.

Ao se comparar os valores obtidos pelas metodologias DEA, Desirability e EQMM Ponderado, tal como é mostrado na Tabela 7, percebe-se que os valores não tiveram grandes variações. Porém as pequenas diferenças entre os valores podem ser explicadas pelo fato de se tratar de métodos de otimização completamente diferentes. A metodologia DEA otimiza com base nas equações do modelo matemático completo levando em consideração as restrições de eficiência máxima e de espaço amostral. Já o *Desirability* utiliza equações para otimização baseadas em valores alvos, mínimos e máximos previamente determinados para as variáveis, buscando assim um valor ótimo que mais se aproxima do alvo. E, por fim, o método apresentado por Gomes (2010) otimiza com base na estruturas de correlação entre as variáveis em estudo.

Tabela 6 - Resultados obtidos por DEA, *Desirability* e EQMM Ponderado

Métodos	Parâmetros de Entrada				Variáveis de Geometria do Cordão			
	Va	T	Vs	N	W	R	P	D
	m/min	V	cm/min	mm	mm	mm	mm	-
DEA	8,60	30,03	20,53	19,53	15,31	3,20	0,98	18,99%
<i>Desirability</i>	11,50	24,50	20,00	10,00	15,30	3,95	1,38	13,70%
Gomes (2010)	9,50	26,50	27,30	23,60	11,90	3,33	0,92	16,61%

Considerando que o perfil geométrico do cordão obtido pela aplicação da metodologia DEA obteve valores consideravelmente próximos da condição de ótimo definido pela DMU de eficiência máxima, este método de otimização foi considerado satisfatório. Portanto, observa-se que o método de otimização proposto foi empregado com êxito, o que caracteriza a Análise Envoltória de Dados como uma ferramenta eficiente para a otimização de um processo de múltiplas respostas.

#### 4. CONCLUSÃO

Este trabalho mostrou que a otimização de um processo de manufatura de múltiplas respostas pode ser bem representado utilizando de forma conjunta a Análise Envoltória de Dados e a Metodologia de Superfície de Resposta. Os resultados mostraram que a DEA realizou de forma satisfatória a otimização simultânea das variáveis de entrada e saída do processo de soldagem FCAW, já que os modelos matemáticos desenvolvidos se caracterizaram como expressões de grande confiabilidade por apresentarem ajustes superiores a 84%.

Após a aplicação da metodologia proposta por este trabalho, verificou-se que a otimização do processo de soldagem com arame tubular para o revestimento de aços carbono com aços inoxidáveis é alcançada com o emprego da seguinte combinação dos parâmetros:  $V_a = 8,60$  m/min;  $T = 30,03$  V;  $V_s = 20,53$  cm/min;  $N = 19,53$  mm. Nesta condição, as respostas obtidas foram as seguintes respostas:

- Largura do cordão máxima: 15,31 mm;
- Reforço máximo: 3,20 mm;

- Penetração mínima: 0,98 mm;
- Diluição mínima: 18,99%.

A comparação entre os valores obtidos e os valores alvos determinados pela DMU de eficiência máxima (DMU 21) mostraram que a maior diferença entre as respostas foi de 3,06%, para a variável penetração. Com isso, obteve-se a validação dos resultados ótimos e também dos modelos desenvolvidos para as respostas. Portanto, tais resultados fazem destes modelos expressões úteis para um adequado controle do processo, na medida em que apresentam baixos erros quanto à previsão das respostas.

Um sugestão para estudos futuros seria a aplicação do DEA para outros problemas de otimização de processos de múltiplas respostas, visando testar a aplicabilidade do método.

## 5. REFERÊNCIAS

CHARNES, A., COOPER, W.W. AND RHODES, E. (1978), **Measuring the efficiency of decision making units**, European Journal of Operational Research, Vol. 2, pp. 429-444.

DERRINGER, G., SUICH, R., **Simultaneous Optimization of Several Response Variables**, Journal of Quality Technology, 1980, 12(4), 214–219.

DOYLE, J. AND GREEN, R. (1994), **Efficiency and cross-efficiency in DEA: derivations, meanings and uses**, Journal of the Operational Research Society, Vol. 45, pp.567-578.

GOMES, J. H. F., **Análise e otimização da soldagem de revestimento de chapas de aço carbono utilizando arame tubular inoxidável austenítico**. 137 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) - Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, MG, 2010.

KHURI, A.I., CONLON, M., **Simultaneous Optimization of Multiple Responses Represented by Polynomial Regression Functions**, *Technometrics*, 1981, **23**(4), 363–375.

LIAO, H.C., **Using N-D method to solve multi-response problem in Taguchi**, *Journal of Intelligent Manufacturing*, 2005, **16**(1), 331-347.

LIAO, H.C., **A data envelopment analysis method for optimizing multi-response problem with censored data in the Taguchi method**, *Computers & Industrial Engineering*, 2004, **46**(1), 817-835.

LIAO, H.C., Chen, Y.K., **Optimizing multi-response problem in the Taguchi method by DEA based ranking method**, *International Journal of Quality & Reliability Management*, 2002, **19**(7), 825-837

HARRINGTON, E. C. **The Desirability Function**. *Industrial Quality Control*, n 21, pp. 494-498, 1965.

MONTGOMERY, D.C., **Design and Analysis of Experiments**, 4<sup>a</sup> ed. John Wiley & Sons, 2001.

NILO JÚNIOR, L. P. **Otimização de um processo de solda MIG/MAG para aplicação na indústria automobilística através da utilização da técnica do projeto e análise de experimentos**. 111 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) – Instituto de Engenharia de Produção e Gestão, Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, 2003.

PAIVA, E. J. **Otimização de processos de manufatura com múltiplas respostas baseada em índices de capacidade**. 119 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de

Produção) – Instituto de Engenharia de Produção e Gestão, Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, 2008.