

## UTILIZAÇÃO DO MÉTODO BOX- JENKINS (ARIMA) NA PREVISÃO DA RUGOSIDADE RA

Tarcísio Gonçalves de Brito<sup>42</sup>

Tiego Paulo dos Santos<sup>43</sup>

Francisco Fabio de Souza<sup>44</sup>

**Resumo:** A indústria metal mecânica é caracterizada pela elevada qualidade em seus componentes, sendo a usinagem por fresamento responsável por uma parcela considerável de busca por melhorias em seus produtos. Na fabricação de peças para o setor, o emprego do aço ABNT 1045 destaca-se pelas suas boas propriedades mecânicas e baixo custo. No processo de fresamento, as superfícies das peças apresentam irregularidades quando observadas em detalhes, sendo estas irregularidades provocadas por sulcos ou marcas deixadas pela ferramenta. Sendo assim, este trabalho utiliza a abordagem de Box-Jenkins para modelar a rugosidade Ra usando dados de séries temporais. A análise revelou que ARIMA (1, 0, 0) foi o melhor modelo para a previsão da rugosidade superficial no fresamento de topo do aço ABNT 1045. Os fatores de controle mantidos fixos foram, avanço por dente (fz), profundidade de usinagem(ap), velocidade de corte (vc), penetração de trabalho(ae). As variáveis mensuradas foram desgaste e rugosidade. Os resultados mostram que o método utilizado foi eficiente para a estimativa de previsão do parâmetro  $R_a$ .

**Palavras-chave:** *Fresamento de topo, Rugosidade, Arima Previsão.*

---

<sup>42</sup>Graduado em Engenharia Mecânica Especialização em Engenharia Ambiental e Mestrado em Processo de Fabricação Aplicando Estatística em Processo de Fresamento (UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ).

<sup>43</sup>Graduando do Curso de Engenharia de Controle e Automação da Faculdade de Ciências Sociais Aplicadas de Extrema (FAEX).

<sup>44</sup>Graduando do Curso Tecnologia em Mecatrônica Industrial da Faculdade de Ciências Sociais Aplicadas de Extrema (FAEX).

## 1 INTRODUÇÃO

O fresamento é um processo que se diferencia das demais operações de usinagem principalmente por apresentar as mais variadas formas e geometrias possíveis de serem geradas (Diniz et al., 2008). No entanto, um aspecto crítico para o processo diz respeito aos diversos tipos de desgaste e avarias das ferramentas de corte, que consequentemente diminuem sua vida útil, além de possuírem influência direta sobre os custos e o acabamento da peça usinada (Sandvik, 2011; Davim, 2008; Ferraresi, 1970). Na medida em que o desgaste das ferramentas se caracteriza como uma variável de difícil controle, a busca por condições de fresamento que propiciem um melhor acabamento superficial e uma melhor integridade da superfície usinada tem sido o alvo dos trabalhos de vários pesquisadores (KopacandKrajnik, 2007; Reddyand Rao, 2005).

A fabricação em uma empresa pode ficar estável quando todo pessoal envolvido no processo (incluindo operadores, engenheiros, pessoal da garantia da qualidade e gerência) devem procurar, continuamente, melhorar o desempenho do processo e reduzir a variabilidade nos parâmetros-chave. O CEP é uma ferramenta primordial para a obtenção desse objetivo e considerada uma das mais importantes na metodologia Seis Sigma (Montgomery 2005).

Segundo Montgomery et al., (2008), os gráficos de controle evidenciam-se dentre as ferramentas do Controle Estatístico de Processos (CEP) devido à sua facilidade operacional e efetividade na detecção de problemas no processo, sendo utilizados com sucesso no monitoramento do desempenho de muitos processos industriais, ressaltam que a utilização dos gráficos de controle clássicos supõe que os dados da característica de qualidade do processo sejam independentes e identicamente distribuídos (iid). Para (Aizenchtadt et al., 2008), se essas hipótese não forem verdadeiras, o comportamento do gráfico de controle pode ser não satisfatório, gerando elevado número de alarmes falsos ou perda de eficiência na detecção de causas especiais. Usualmente, o processo precisa ser controlado pelos operadores através da manipulação de algumas variáveis, definidas como variáveis de controle. Segundo (Shu, et al., 2004) quando as variáveis de controle são alteradas frequentemente, viola-se a suposição de iid, podendo modificar a média e o desvio-padrão da característica de qualidade. Nesse caso, uma possível solução seria o uso de um gráfico de controle para cada ajuste, mas isso pode ser inviável devido ao baixo número de amostras disponíveis em cada ajuste das variáveis de controle e ao

grande número de trocas de gráficos que seria necessário. Outro problema decorrente dessa situação acontece quando alguma variável de controle do processo é propositalmente alterada para um valor extremo, fazendo com que a característica de qualidade assuma um valor muito discrepante. Nessas duas situações, os gráficos de controle clássicos indicariam que o processo está fora de controle, embora aparentemente nada de errado tenha ocorrido com o processo.

Para melhor entendimento dos modelos ARIMA de Box e Jenkins, são necessários alguns conceitos, os quais serão apresentados a seguir. Uma série temporal é definida como um conjunto de observações de uma dada variável, geralmente distribuídas de maneira equidistante pelo fator tempo, e que possuem como característica central a presença de uma dependência serial entre elas. A série é denotada por  $Z_t$ , onde  $t = \{1, 2, 3, 4, \dots, n\}$ , com função densidade de probabilidade  $p(Z_i)$  para cada  $t$ . A série temporal também pode ser vista como a realização parcial de um processo estocástico, que é definido como uma sequência de observações regidas por leis probabilísticas. Isto significa que uma série temporal pode ser considerada como uma amostra de um determinado processo estocástico. Uma condição necessária para aplicação dos modelos ARIMA, é de que o processo que gerou a série temporal seja estacionário de segunda ordem, ou seja, que sua média e variância sejam constantes no tempo. As funções nas quais se baseiam a variável aleatória  $Z_t$  podem ser representadas pelas seguintes equações:

a) Média ou valor esperado:  $\mu_z = E[Z_t]$

b) Variância:  $\sigma^2 = E[Z_t - \mu_z]^2$

c) Autocovariância: é a medida de dependência entre duas observações separadas por  $k$

d) intervalos (lag  $k$ ) de tempo.

e)  $\gamma_k = \text{Cov}[Z_t, Z_{t+k}] = E\{[Z_t - \mu_z][Z_{t+k} - \mu_z] \}$

(1)

f) Autocorrelação: possui a finalidade de mensurar a memória de um processo

g) estocástico. Isto significa que a autocorrelação mede a intensidade com que um

h) valor observado no tempo  $t$  é influenciado por aquele observado no tempo  $t - k$ .

$$\frac{\rho_k = \text{Cov}[Z_t, Z_{t+k}]}{\sqrt{\text{Var}(Z_t), \text{Var}(Z_{t+k})}} \quad (2)$$

onde

$$\text{Cov}[Z_t, Z_{t+k}] = \gamma_k \quad (3)$$

e

$$\gamma_0 = \sqrt{\text{Var}(Z_t), \text{Var}(Z_{t+k})} \quad (4)$$

- e) Autocorrelação parcial: essa função mensura a correlação entre  $Z_t$  e  $Z_{t+k}$ , excluindo a dependência dos valores intermediários  $Z_{t+1}, Z_{t+2}, \dots, Z_{t+k-1}$ ;
- f) Operador retardado (B):  $B^k Z_t = Z_{t-k}$ ;
- g) Operador diferença ( $\nabla$ ):  $\nabla = (1 - B)$ ,  
então,  $\nabla Z_t = (1 - B) Z_t = Z_t - Z_{t-1} = w_t$ ;
- h) Séries de ruído branco: sequência de variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas, com média zero e variância constante igual a  $\sigma^2$ .

Box e Jenkins propõem que um processo estocástico estacionário, por possuir média, variância e autocorrelação invariante em relação ao tempo, pode ser otimamente representado por um modelo auto regressivo e/ou médias móveis – ARMA(p,q) - obtido por intermédio da passagem de uma série ruído branco por um filtro linear, o que significa que a série resultante poderá ser vista como uma combinação linear dos termos da série original. O processo resultante dessa passagem, considerando-se este filtro como estável, também será estacionário. Todavia, se a série observada empiricamente, como já foi dito anteriormente, não apresentar a condição da estacionariedade, nela deverá ser aplicado o operador diferença, o que efetuará uma segunda filtragem, que poderá ser repetida quantas vezes se julgarem necessárias, até sua estacionarização.

A equação geral dos modelos ARMA(p,q) é dada por:

$$\phi_p(B) w_t = \theta_q(B) a_t,$$

onde p e q representam graus dos polinômios  $\phi$  e  $\theta$ , sendo  $\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p$  e  $\theta(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q$ .

Destamaneira, um modelo ARMA(p,q) pode ser escrito:  $w_t = \phi^{-1} p(B) \theta q(B) a_t$  ou  $w_t = \psi(B) a_t$ . Tem-se ainda que  $a_t = \pi(B) w_t$ , ou seja,  $a_t = \theta^{-1} q(B) \phi p(B) w_t$ .

Se for necessária a aplicação do operador diferença  $\nabla = (1 - B)$  sobre a série, obtém-se a seguinte função:

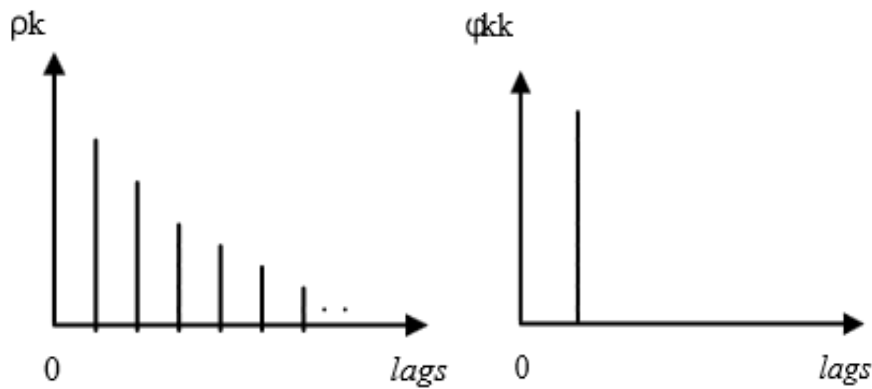
$$\nabla Z_t = (1 - B) Z_t = w_t.$$

Se  $w_t$  for o resultado de uma diferenciação de  $Z_t$ , pode-se afirmar que  $Z_t$  é uma integração de  $w_t$ . O modelo resultante deste procedimento passa a ser, então, além de auto regressivo e médias móveis, integrado ARIMA(p,d,q).

Os modelos unicamente auto regressivos AR(p,0) são aqueles cujo polinômio  $\theta(B) = 1$ , e os modelos exclusivamente médias móveis MA(0,q), têm seu polinômio  $\phi(B) = 1$ .

Para que o polinômio  $\phi(B)$  seja estacionário, suas raízes têm de estar fora do círculo unitário, e para que  $\theta(B)$  seja inversível, suas raízes devem se encontrar dentro do círculo unitário. Para se prever uma série temporal através dos modelos ARIMA, torna-se necessário identificar a ordem dos parâmetros p, d, q. O primeiro parâmetro a ser identificado é o grau de diferenciação d necessário à estabilização dos dados.

Isto é feito através de um exame do correlograma, ou seja, do diagrama da função de autocorrelação (FAC), no qual são apresentados os valores das autocorrelações em relação aos lags k. Se as autocorrelações decrescerem de forma exponencial, realizam-se diferenciações na série, até que o diagrama apresente um corte abrupto para um valor qualquer de autocorrelação, quando a série será considerada estacionária. A ordem autorregressiva p é determinada pela verificação da função de autocorrelação parcial (FACP)  $\phi_{kk}$  da série estudada. Se a série for unicamente autorregressiva ARIMA (p,d,0), sua função de autocorrelação parcial sofrerá uma queda repentina após o lag k. Se não, efetua-se uma análise dos estimadores  $\phi_{kk}$  para verificar até que ordem de defazagem do correlograma desta função ele é estatisticamente significativo, com isso terá sua ordem autorregressiva (Montgomery et al., 2008). Exemplo de uma FAC e FACP para um modelo AR conforme Figura (1):



Exemplo de uma FAC e FACP para um modelo MA (1)

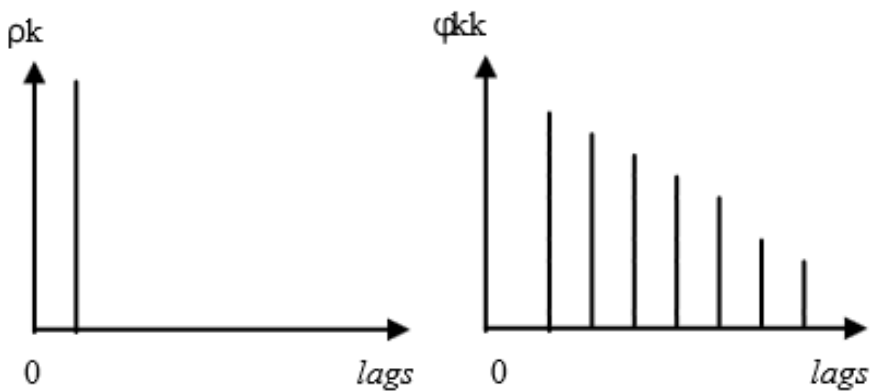


Figura (1)

## 2 AJUSTE DO MODELO ARIMA E APLICAÇÃO DE GRÁFICO DE RESÍDUOS

Um dos tratamentos sugeridos e mais utilizados para o tratamento dos processos com dados autocorrelacionados é o ajuste de um modelo adequado de série temporal ARIMA (modelos Box- Jenkins) que renova a autocorrelação dos dados. O ajuste por um modelo ARIMA adequado tem por objetivo separar as causas estruturais, identificadas no modelo estimado, das causas comuns e especiais, observadas nos gráficos de resíduos. Nisso consiste a metodologia Box-Jenkins para modelos ARIMA,

desenvolvida por Box e Jenkins (1970) e voltada para área de series temporal. A figura (2), mostra as etapas do desenvolvimento dessa metodologia.

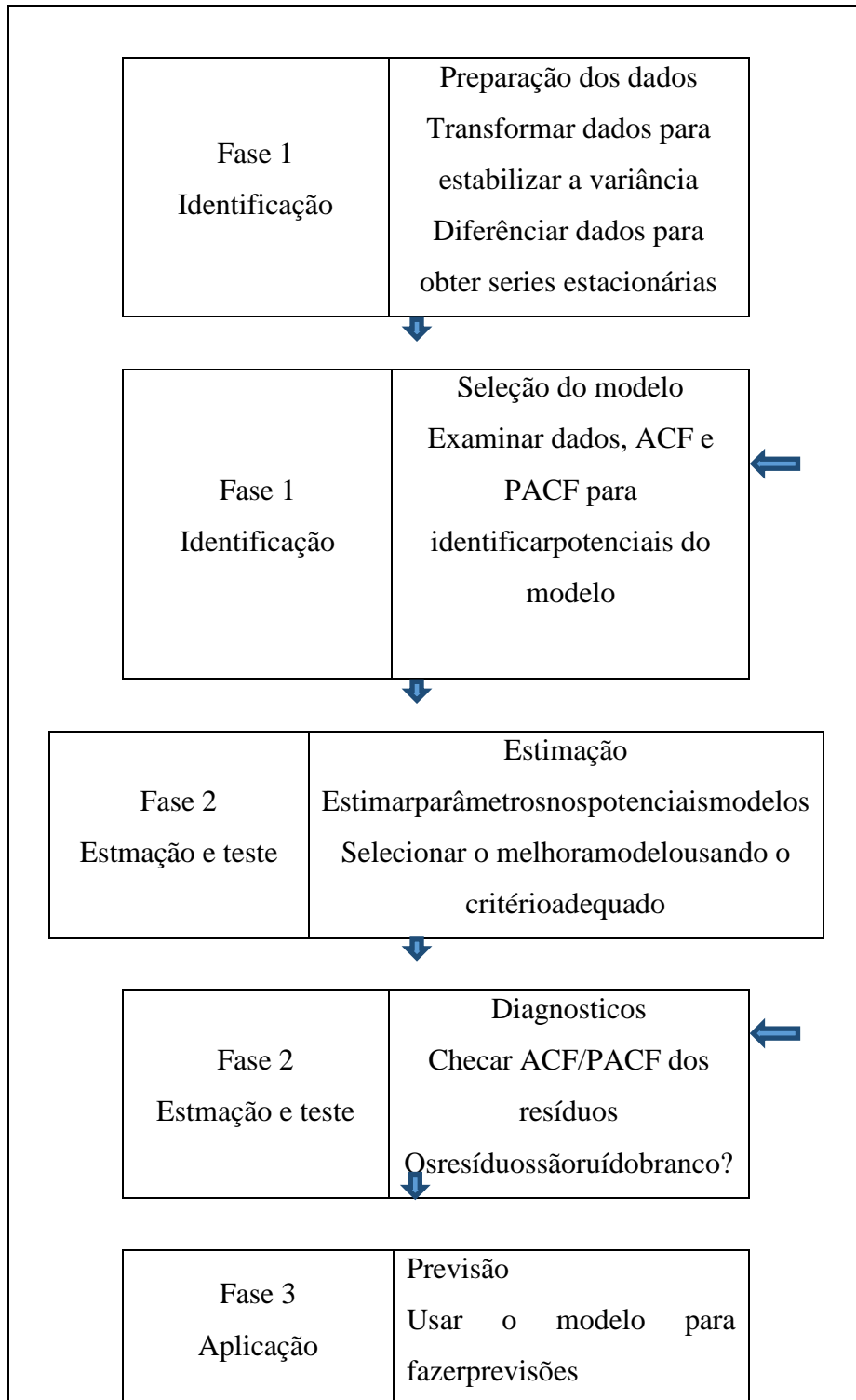


Figura 2 = Representação esquemática da metodologia Box-Jenkins para modelos

ARIMA

### 3 PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

Para a realização dos ensaios deste trabalho utilizou-se para o processo de fresamento de topo, um centro de usinagem CNC marca Fadal, de 15 Kw de potência e rotação de 7500 rpm. O material usinado foi o aço ABNT 1045 forjado, com dureza média de 180 HB na forma de barra com seção quadrada de 100x100mm e comprimento de 300mm, fixada por uma morsa. Durante os ensaios utilizou-se a fresa de topo código R390-025A25-11M, diâmetro  $\phi 25$  mm, ângulo de posição  $K_r = 90$  graus, haste cilíndrica, passo médio com 3 insertos e fixação mecânica por pinça. Na fresa foram usados insertos de metal duro ISO P25 revestidos com nitreto de titânio (TiN), código R390-11T308M-PM GC 1025 do fabricante Sandvik-Coromant. Sendo assim, planejou-se o roteiro de ensaios e os parâmetros a serem variados da seguinte maneira: - Condição de lubrificação/refrigeração: 1 estágios, com a mínima vazão de fluido (150 ml/min), sendo todos os ensaios com uma solução de 5% de concentração de óleo sintético Quimatic MEII. - Velocidade de corte:  $v_c = 390$  m/min; - Avanço por dente:  $f_z = 0,12$  mm/dente; - Profundidade de axial de corte:  $a_p = 1$ mm; - Largura de corte: Para todos os ensaios utilizou-se  $a_e = 17,5$  mm, valor corresponde a 70% do diâmetro da fresa- A cada passada (300 mm de comprimento usinado), a rugosidade foi medida em três pontos, sendo nas duas extremidades e no centro; - O desgaste de flanco dos insertos foram obtido através de um microscópio óptico estereoscópico com uma câmera OLIMPUS de aquisição de imagem (modelo Magnification 45X); - Para medir a rugosidade foi usado um Rugosímetro portátil Mitutoyo SJ-201 M/P; - O critério de fim de vida da ferramenta utilizado foi o desgaste de flanco  $V_{b\text{máx}} = 0,3$ mm. - O sentido de corte utilizado em todos os ensaios foi o fresamento concordante, onde o sentido de rotação da fresa coincide com o sentido de avanço da peça.

### 4 RESULTADOS E DISCUSSÃO



Todos os experimentos foram executados no sentido concordante, ou seja, a rotação da ferramenta coincidi com o sentido de avanço da mesa do Centro de Usinagem Fadal.

A tabela 1 ilustra o procedimento de trabalho, como foi realizado mensuramento do desgaste e rugosidade.

Tabela 1 procedimento de trabalho

Desgaste	Rugosidade
0	0,33
0	0,32
0	0,31
0,05	0,32
0,05	0,31
0,05	0,28
0,08	0,26
0,01	0,28
0,1	0,27
0,1	0,29
0,1	0,28
0,13	0,3
0,15	0,29
0,15	0,27
0,18	0,28
0,2	0,29
0,2	0,3
0,2	0,28
0,25	0,28
0,25	0,29

0,25	0,25
0,27	0,23
0,27	0,24
0,27	0,26
0,3	0,25
0,3	0,27
0,3	0,24

---

Não foi necessário estabilizar a variância dos dados da série original, porque os resíduos estão com comportamento normal.

A previsão desses dados foi realizada através das três fases do método ARIMA já discutidos

A seguir, essas fases são detalhadas através dos passos realizados no software Minitab®. Visualizando a figura (3), para o comportamento do desgaste de flanco máximo em função da rugosidade Ra, já citadas nota-se que a série original é uma série estacionária, ou seja, em intervalos de tempos diferentes, a média dos dados é constante. Os dados com valores para rugosidade Ra tendem a ter pequenas tiragens e estão de fato autocorrelacionadas. É possível notar-se visualmente a estacionariedade da série, embora possa haver uma ligeira queda nos valores da rugosidade Ra em geral, isto é devido ao aumento do raio de ponta, é seguro assumir estacionariedade pois os valores de 0,33 a 0,23 são muito próximos e estatisticamente são iguais.

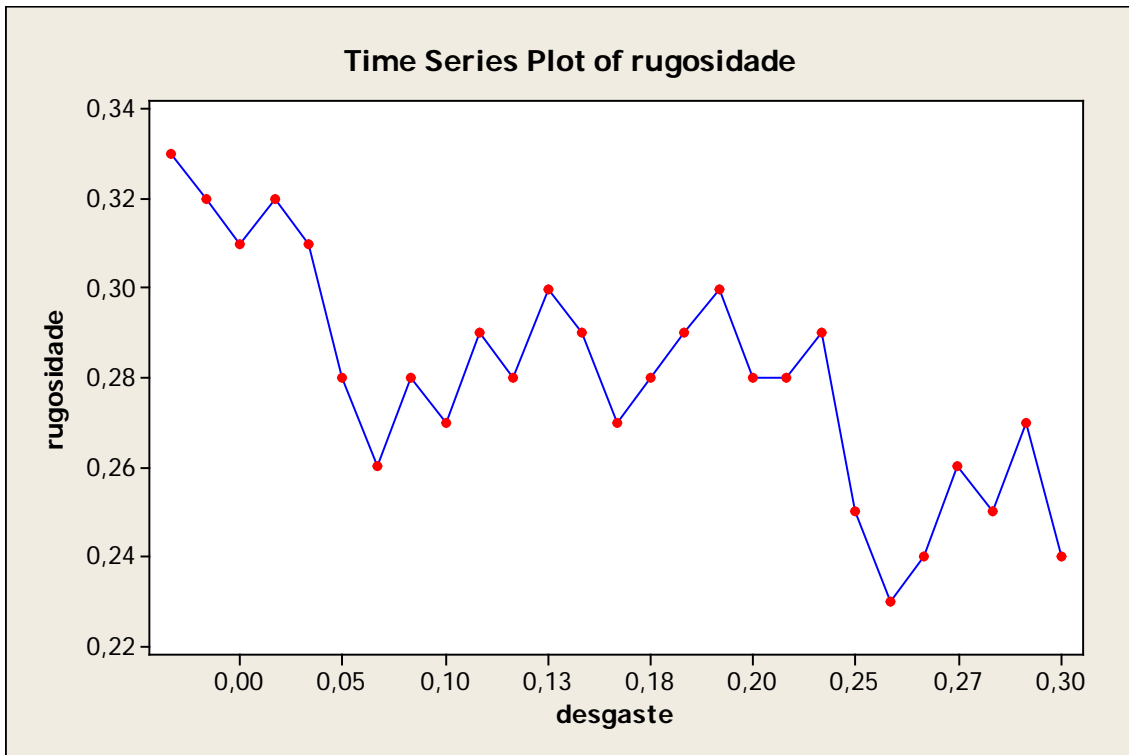


Figura (3)

A figura 4 ilustra o comportamento do gráfico de controle proposto quedetectou-se dois pontos fora de controle, serianecessário então estimar um novo modelo, desconsiderando-se estas duas amostra. Mas como se trata de valores em micrommetros, o correto é fazer novas medidas da rugosidade para estes pontos, que são valores muito próximos dos limites e também são valores baixo para rugosidade de superfície acabada, dependendo de sua aplicação (Agostinho et al., 2004, Machado et al., 2009).

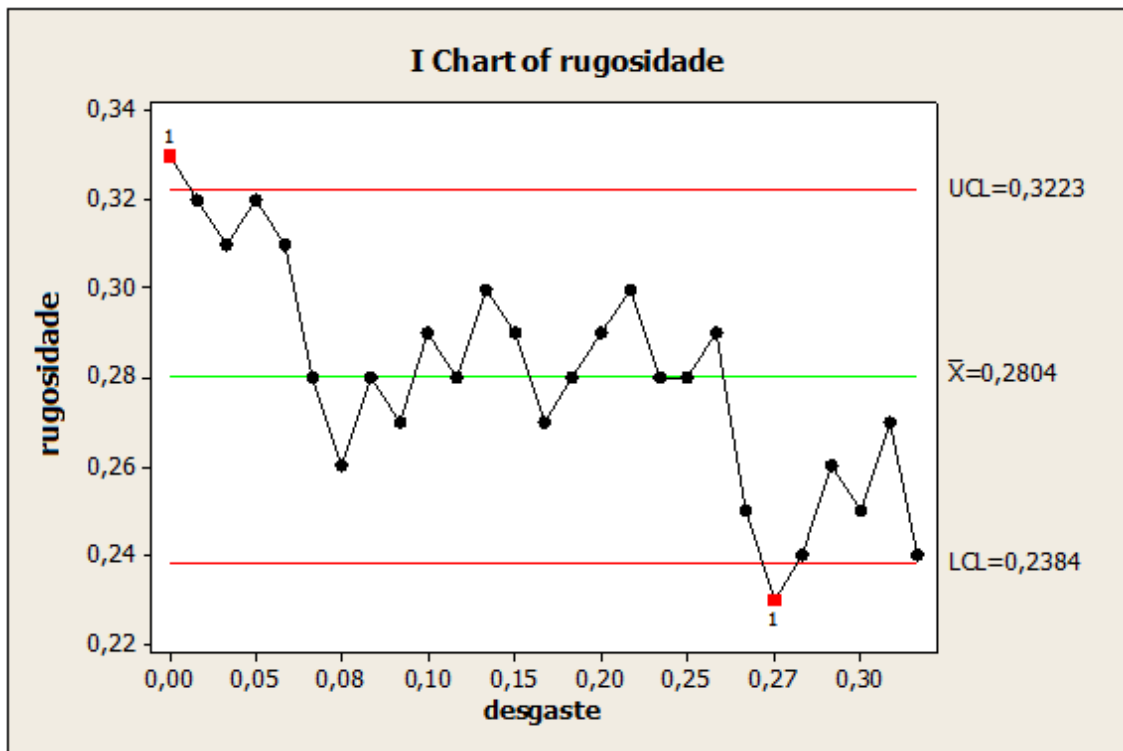


Figura (4)

A identificação do potencial modelo para a previsão através das análises dos gráficos ACF (Autocorrelation) e PACF (Partialautocorrelation) conforme a figura 5.

A série possui um certo comportamento não aleatório, e tipicamente estacionárias, a função de autocorrelação parcial com bandas críticos em cerca de  $\pm 0,05$  para a hipótese de que as correlações são iguais a zero. Na análise da autocorrelação, existe um único grande pico de 0,65 e lag 1 no defasamento, o que é típico de um processo de autorregressivo de ordem um. E tanto os resíduos de ACF como o de PACF possuem um comportamento adequado, sem problemas.

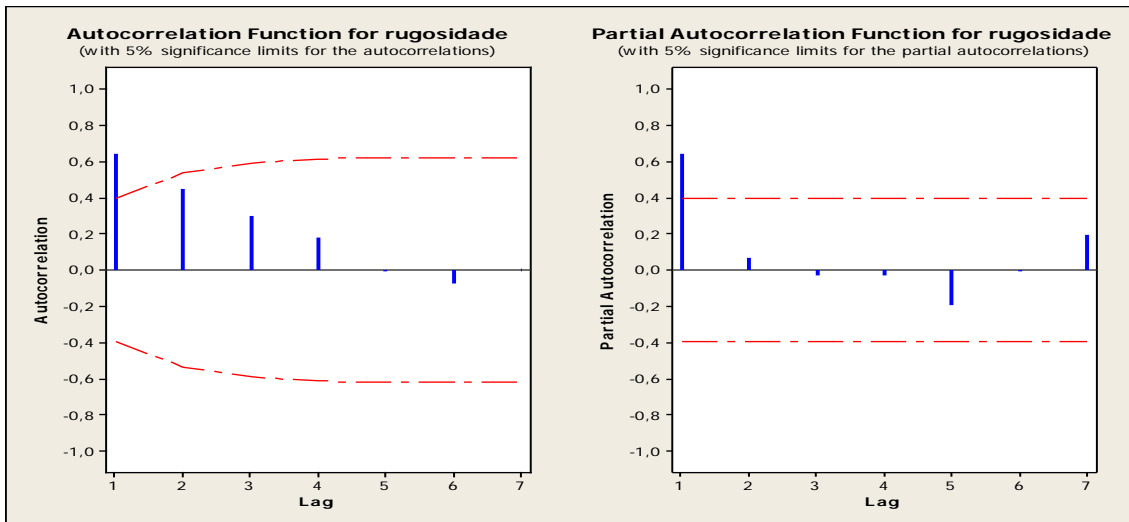


Figura 5 – Gráficos ACF e PACF

Conforme visto na tabela 2, conclui-se que o potencial modelo ARIMA identificado é o AR(1), D(0) e MA(0) , ou seja, com o parâmetro  $p = 1$ ,  $d = 0$  e  $q = 0$  (1,0,0). Com estas informações, inicia-se a inserção destes parâmetros no Minitab® através da sequenciaStat – Time Series – ARIMA.

Final Estimates of Parameters			
Type	Coef	SE	Coef T P
AR	10,8432	0,1320	6,39 0,000
Constant	0,044160	0,003337	13,23 0,000
Mean	0,28171	0,02129	
Number of observations: 27			
Residuals: SS = 0,00748428			
(backforecast excluded)			
MS = 0,00029937 DF = 25			
Modified Box-Pierce (Ljung-Box) Chi-Square statistic			

Lag12	2436	48		
Chi-Square	7,9	22,2	*	*
DF	10	22*	*	
P-Value	0,636	0,449*	*	

Tabela 2 – Resultado do modelo ARIMA (1,0,0)

De acordo com a figura 6, pode-se concluir que os parâmetros estimados caracterizam um bom modelo, pois o valor de p-value do AR é menor do que 0,05% e isso representa que o termo é significativo. Pode-se observar, também, que os resultados de p-value do teste de Ljung-Box estão adequados, pois os valores são superiores a 0,05% de significância.

A figura 6, mostra o teste de normalidade de Anderson Darling, Pode-se observar, também, que os resultados de p-value esta adequado, pois os valores são maiores a 0,05% de significância.

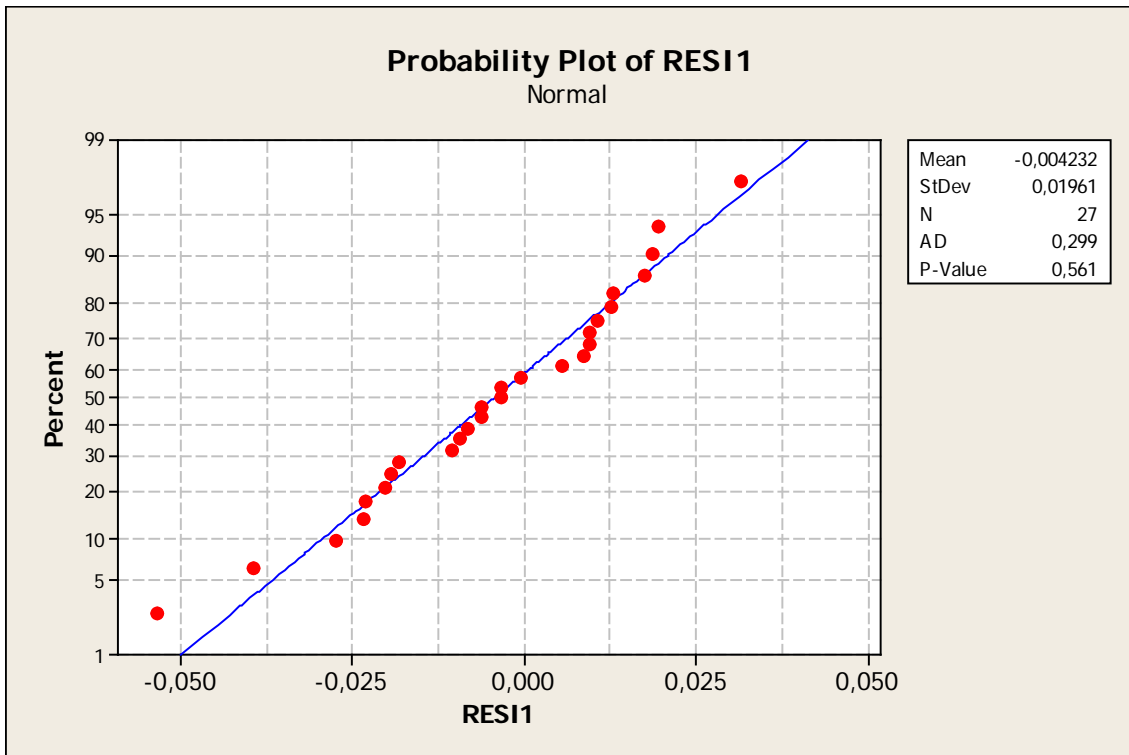


Figura 6 – Gráfico dos resíduos

A tabela 3 ilustra o procedimento para realização da previsão da série original com mais 5 pontos a frente, previsto para a rugosidade Ra.

Forecasts from period 27		
95% Limits		
Period	Forecast	Lower Upper
28	0,246539	0,212619 0,280458
29	0,252052	0,207683 0,296421
30	0,256702	0,206201 0,307202

31	0,260622	0,206180
	0,315065	
32	0,263928	0,206848
	0,321008	

Tabela3

A figura 7, mostra a série original com os valores previstos para os 5 pontos a frente. Estes pontos previstos estão dentro do intervalo de confiança na série original, ou seja, uma pequena e suave alta nos valores de Ra, que não apresenta muito oscilação em relação aos valores originais. Estes valores de certa forma também podem ser vistos como um média das observações passadas, mas dentro de uma tendência de alta, isto é devido ao aumento do raio de ponta do inserto, com isto a elevação suave dos valores da rugosidade tende a crescer.

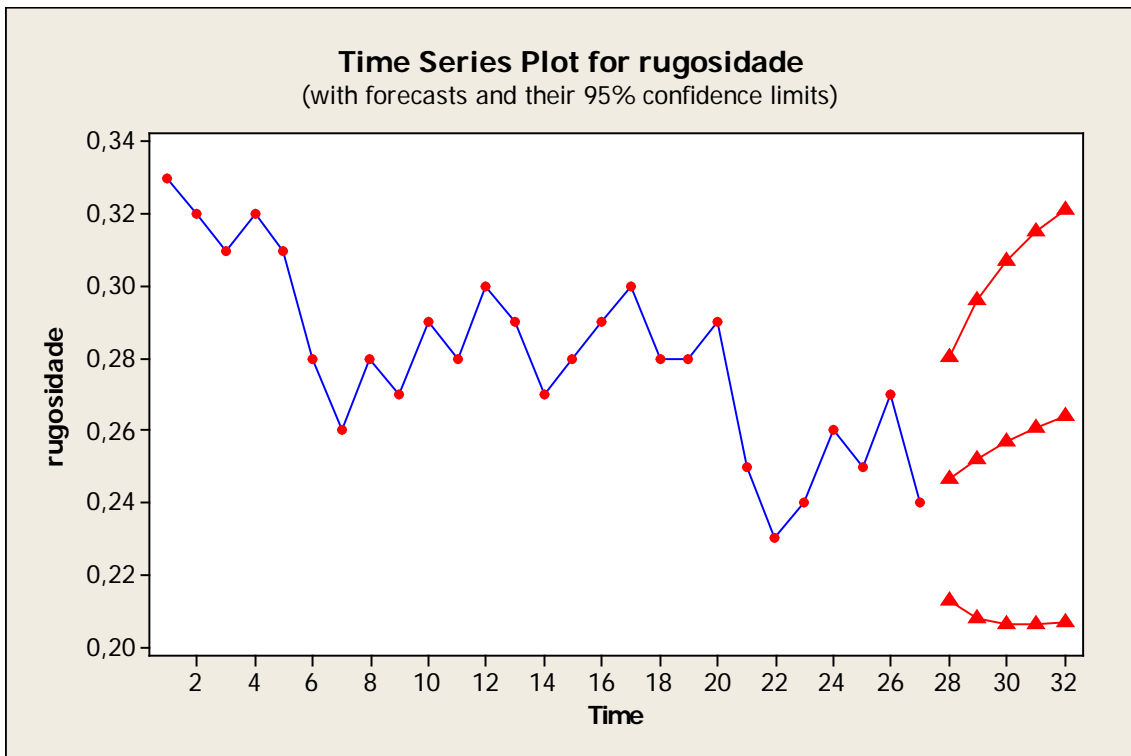


figura 7



## 5 CONCLUSÃO

Não foi necessário estabilizar a variância dos dados da série original, porque os resíduos tem com comportamento normal.

O gráfico de controle proposto que detectou pontos fora do limite de controle, seria necessário estimar um novo modelo.

Análises dos gráficos ACF (Autocorrelation) e PACF (Partialautocorrelation) possuem um comportamento adequado, sem problemas.

O modelo ARIMA identificado é o AR(1), D(0) e MA(0) , ou seja, com o parâmetro  $p = 1$ ,  $d = 0$  e  $q = 0$  (1,0,0).

Análise por Box-Pierce e o teste de normalidade de Anderson Darling revelou-se estar conforme literatura.

A previsão feita para os 5 pontos a frente estão dentro do limites da série original.

O presente estudo identificou o método ARIMA como o mais adequado para a previsão da rugosidade da superfície fresada do aço ABNT 1045.

## 6 REFERÊNCIAS

Agostinho, O. L., Rodrigues. A. C. S., Lirani, J. (2004). Tolerâncias, Ajustes, Desvios e Análise de Dimensões. Editora Edgard Blucher. S Paulo.

Machado, A. R., Coelho, R.T., Abrão, A.M.; DA Silva, M.B. (2009), Teoria da Usinagem dos Materiais. Ed. Edgard Blücher, São Paulo, 384 p.

Montgomery, D. C. Introdução ao controle estatístico da qualidade. Tradução Ana Maria Lima de Farias. 4 ed. Rio de Janeiro: LTC, 2004.

Diniz, A.E., Marcondes, F.C., Coppini, N.L., 2008, “Tecnologia da usinagem dos materiais”, Artliber Editora, São Paulo, 262 p.

Sandvik Coromant, 2011, “Manual técnico de usinagem”, Sandviken, Suécia.

Davim, J.P., 2008, “Machining: Fundamentals and Recent Advances”, Ed. Springer, London, 375p.

Kopac, J. and Krajnik, P., 2007, “Robust design of flank milling parameters based on grey-Taguchi method”, Journal of Materials Processing Technology, Vol. 191, No. 1-3, pp. 400-403.

Rao, S.S., 1996, “Engineering optimization: theory and practice”, Ed. John Wiley & Sons, New Jersey, 903 p.

Ferraresi, D., 1970, “Fundamentos da usinagem dos metais”, Ed. EdgardBlücher, São Paulo, 751p.

Aizenchtdt, E.; Ingman, D.; Friedler, E. Quality control of wastewater treatment: a new approach. European Journal of Operations Research, v. 189, p. 445-458, 2008.

Montgomery, D.C., 2005, “Design and Analysis of Experiments”, Ed. John Wiley, New York, 643 p.