

TEORIA DAS FILAS APLICADA EM UMA INSTITUIÇÃO FINANCEIRA PÚBLICA DO SUL DE MINAS

RAFAEL RANDER MESSALA COIMBRA¹
MATHEUS COSTA PEREIRA²
PEDRO JOSÉ PAPANDREA³

RESUMO

As instituições financeiras enfrentam o desafio da demora no atendimento, o que leva a longas filas e insatisfação dos clientes. Mesmo com a "Lei dos 15 minutos" estabelecendo um limite de espera, em períodos sazonais, como o início do mês, o tempo de espera pode se estender ainda mais. Nesse contexto, este estudo se propôs a analisar e oferecer soluções para o problema das filas em um banco público no Sul de Minas Gerais, utilizando a teoria das filas. Os dados de tempo de espera foram coletados por meio de um sistema de senhas, e um modelo matemático M/M/s foi criado e validado com dados reais do sistema. O estudo aborda a situação atual do banco e apresenta propostas concretas para reduzir o tempo de espera nas filas de atendimento. As simulações das propostas revelaram uma impressionante melhoria de 50,68% em relação ao cenário atual, indicando um caminho promissor para enfrentar os desafios das filas em instituições financeiras.

Palavras-chave: Teoria das filas. Tempo de espera. Instituições bancárias.

¹ E-mail: messala.coimbra@gmail.com

² E-mail: matheusc_pereira@hotmail.com

³ E-mail: pedro.papandrea@unifal-mg.edu.br

Universidade Federal de Itajubá (UNIFEI), Itajubá/MG

Universidade Federal de Alfenas (UNIFAL-MG), Varginha/MG

QUEUING THEORY APPLIED IN A PUBLIC FINANCIAL INSTITUTION IN THE SOUTH OF THE STATE OF MINAS GERAIS

ABSTRACT

Financial institutions face the challenge of slow service, leading to long queues and customer dissatisfaction. Even with the "15-minute Law" setting a waiting limit, during seasonal periods such as the beginning of the month, wait times can extend even further. In this context, this study aimed to analyze and provide solutions to the queue problem in a public bank in the South of Minas Gerais, using queue theory. Waiting time data were collected through a ticket system, and an M/M/s mathematical model was created and validated with real system data. The study addresses the current state of the bank and presents concrete proposals to reduce waiting times in service queues. Simulations of the proposals revealed an impressive 50.68% improvement compared to the current scenario, indicating a promising path to address queue challenges in financial institutions.

Keywords: Queue theory. Waiting time. Banking institutions.

1. INTRODUÇÃO

Iniciaram-se pesquisas relacionadas ao atendimento público em geral após aproximadamente um século da emissão do alvará de criação da instituição financeira pública. Um dos primeiros estudos sobre o tema, envolvendo a Teoria das Filas, foi realizado por A. K. Erlang em 1908 para a Companhia Telefônica de Copenhagen (CHWIF; MEDINA, 2014), com foco em circuitos telefônicos.

Neste contexto, a presente pesquisa aborda a Teoria das Filas aplicada a uma instituição financeira pública localizada no sul de Minas Gerais. Ao término deste estudo, serão apresentadas duas propostas de melhorias, bem como uma terceira que resulta da combinação das duas anteriores, com base nos resultados obtidos. É importante salientar que a implementação dessas propostas não faz parte do escopo desta pesquisa.

A "Lei dos 15 Minutos," criada em 1998, tem como objetivo estabelecer um padrão para o tempo de espera dos clientes em instituições financeiras. Em dias de alta demanda, como vésperas e dias subsequentes a feriados, datas de pagamento de funcionários públicos e segundas-feiras, o limite de espera é estendido para 30 minutos.

Como resultado, as pessoas que utilizam esses serviços, incluindo aqueles da instituição financeira em estudo, acabam perdendo parte significativa do seu dia aguardando atendimento, o que gera insatisfação entre os usuários. Portanto, qual seria a melhor maneira de reduzir o tempo de espera nas filas? Qual modelo poderia oferecer resultados que reflitam a realidade de forma concomitante?

2. REFERENCIAL TEÓRICO

O referencial teórico tem o propósito de fornecer uma base sólida para a aplicação da Teoria das Filas em uma análise realizada em um banco público localizado no sul de Minas Gerais. A necessidade de aprimorar o tempo de espera nas filas de um banco por meio da aplicação de modelos matemáticos,

especificamente a Teoria das Filas, e a análise dos dados coletados são os fundamentos subjacentes aos conceitos apresentados a seguir.

O atendimento emerge como o principal fator de competitividade entre as organizações. Com as expectativas dos clientes em constante crescimento, a satisfação está intrinsecamente ligada à qualidade do atendimento, o que pode levar à fidelização do cliente ou à rejeição imediata da marca ou empresa, se o atendimento não for de qualidade (KOTLER; KELLER, 2012).

Quatro fatores impulsionam o desenvolvimento do mercado: produtividade, tecnologia, bem-estar dos funcionários e satisfação dos clientes (BANDEIRA; ROCHA, 2010). Para se manter competitiva, a empresa busca solucionar seus problemas, liderar em relação aos concorrentes e satisfazer as especificações dos clientes, recorrendo a fatores como o uso da tecnologia para agilizar os processos e minimizar erros.

É importante ressaltar que a "Lei dos 15 minutos" possui uma estrutura de fiscalização eficaz para garantir o cumprimento de suas determinações. Além do Código de Defesa do Consumidor (CDC), o Programa de Proteção e Defesa do Consumidor (PROCON) também possui autoridade para punir as instituições que não estão em conformidade com a lei (GENTIL, 2017).

Para solucionar os problemas relacionados à prestação de serviços pelas instituições financeiras, é necessário analisar os dados coletados nas agências que possuem sistemas de filas. A literatura oferece várias técnicas para a análise de sistemas reais, sendo uma delas a Teoria das Filas (CORRÊA, 2003; BANDEIRA e ROCHA, 2010).

A Pesquisa Operacional (PO), conforme é conhecida atualmente, teve suas origens durante a Segunda Guerra Mundial. A PO é a disciplina responsável por desenvolver e coordenar operações em organizações por meio de modelos matemáticos. Ela se baseia em métodos científicos para resolver problemas, utilizando a coleta de dados e a criação de modelos que representam situações da vida real (MOREIRA, 2013).

A resolução de problemas por meio da PO segue um processo metódico, dividido em etapas para atingir seus objetivos. Segundo Moreira (2013), as etapas que devem ser seguidas são:

- Definição da situação-problema;
- Formulação de um modelo quantitativo;
- Resolução do modelo e encontro da melhor solução;
- Consideração dos fatores imponderáveis;
- Implementação de solução.

A Teoria das Filas é uma subárea da PO que utiliza modelos estocásticos e matemáticos para analisar ocorrências de filas em diversos tipos de estabelecimentos. Ela foi desenvolvida para dimensionar adequadamente instalações, equipamentos e infraestrutura (BRUNS; SONCIM; SINAY, 2001). Essa versatilidade torna a Teoria das Filas amplamente utilizada em equipes de PO que lidam com sistemas que envolvem filas (HILLIER; LIEBERMAN, 2013).

Isso ressalta a importância dos modelos de filas na busca pela eficiência operacional de um sistema de filas. Taha (2013) enfatiza que o estudo das filas mede o desempenho de um sistema de filas, incluindo o tempo médio de espera e o tempo médio de atendimento.

A modelagem e a simulação desempenham um papel crucial na obtenção de resultados mais precisos, pois a simulação é realizada em um ambiente que replica a realidade. A simulação é uma ferramenta valiosa para a análise e a validação do funcionamento de sistemas complexos e processos produtivos (SHANNON, 1975).

Chwif (1999) descreve a simulação como uma forma de avaliar sistemas complexos que requerem modelagem para compreender o comportamento. Dessa forma, um sistema analítico é criado para encontrar soluções para problemas específicos, utilizando modelos matemáticos. Outra definição de simulação envolve um processo que utiliza um modelo matemático computacional com variáveis e processos interativos para atingir um objetivo (CHUNG, 2004).

De acordo com Law e Kelton (2000), a simulação é uma técnica que permite a resolução de problemas por meio da representação de processos em um modelo

lógico. Durante a simulação, é possível estimar resultados precisos sobre o comportamento do sistema.

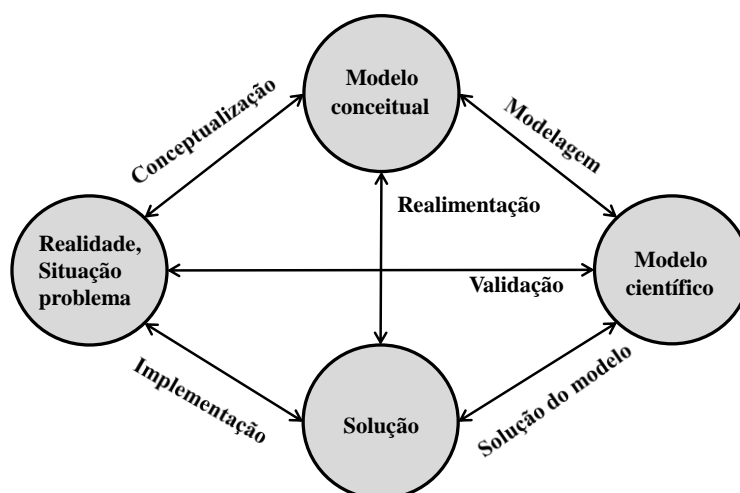
Chwif e Medina (2014) destacam que modelos matemáticos ou analíticos, como os da Teoria das Filas, consistem em um conjunto de fórmulas matemáticas que facilitam a análise de alternativas e oferecem representações visuais dos efeitos das mudanças nas variáveis de decisão.

Law e Kelton (2000) explicam que a simulação de eventos discretos envolve a modelagem de um sistema real que evolui ao longo do tempo, com suas variáveis mudando em momentos diferentes à medida que eventos afetam o estado do sistema.

Pereira e Ribeiro (2018) aplicaram a simulação de eventos discretos (SED) para reduzir o tempo de espera em uma agência bancária no sul de Minas Gerais. Após validar o modelo computacional, propuseram três cenários futuros que reduziram significativamente em 5,32% o tempo médio de espera dos clientes no modelo.

Vale ressaltar que os modelos de simulação, quando bem concebidos e utilizados, são menos restritivos do que os modelos analíticos da Teoria das Filas (CORRÊA, 2003). A Figura 1 ilustra as quatro fases envolvidas no método de modelagem e simulação: conceitualização, modelagem, resolução do modelo e implementação.

Figura 1 – Etapas do método de modelagem e simulação



Fonte: Adaptado de Bertrand e Fransoo (2002).

A avaliação dos tempos médios (W_q), conforme o resultado encontrado, valida a aplicação da SED, pois pode auxiliar na gestão das filas, dimensionando melhor o sistema e reduzindo os tempos de espera, o que, por sua vez, aumenta a satisfação dos clientes, que passam menos tempo nas filas. A SED é uma alternativa eficaz para modelar sistemas com comportamento estocástico, complementando as diversas abordagens da Teoria das Filas.

A existência de filas é uma ocorrência comum no cenário econômico atual, e a Teoria das Filas, como explica Corrêa (2003), envolve fórmulas matemáticas inicialmente desenvolvidas nos Estados Unidos para lidar com o congestionamento de chamadas em centrais telefônicas em Copenhague, Dinamarca, pelo matemático Agner Krarup Erlang (1878-1929).

As filas são observadas no cotidiano, em locais como farmácias, lotéricas, supermercados, parques de diversão e muitos outros. O nível de serviço prestado por uma organização está intrinsecamente ligado ao controle e à estratégia do gerenciamento dessas filas. Para proporcionar um atendimento mais rápido aos clientes, é essencial ter um controle eficaz do sistema de filas, o que impacta diretamente na satisfação do cliente e na vantagem competitiva.

Os autores destacam que as filas, muitas vezes, são tediosas para os clientes e, portanto, devem ser planejadas cuidadosamente para evitar transtornos. A Teoria das Filas é uma metodologia da Pesquisa Operacional que se dedica a analisar sistematicamente todas as informações relacionadas ao sistema de serviços com o objetivo de otimizá-lo.

A principal finalidade da Teoria das Filas é desenvolver modelos matemáticos que possam prever e analisar o comportamento de sistemas de prestação de serviços. Geralmente, assume-se que as solicitações ocorrem em momentos aleatórios e que a duração do atendimento de cada solicitação também é uma variável aleatória (MARINS, 2011).

3. METODOLOGIA

Esta pesquisa emprega uma abordagem mista, combinando elementos de natureza básica e aplicada, bem como aspectos quantitativos e qualitativos. A metodologia é caracterizada por objetivos exploratórios, descritivos, explicativos e normativos, permitindo uma compreensão holística do problema das filas em instituições financeiras. A pesquisa utiliza diferentes métodos, incluindo experimento, modelagem e simulação, além de um estudo de caso específico em um banco público no Sul de Minas Gerais.

A pesquisa aborda a natureza tanto básica quanto aplicada. A abordagem básica busca expandir o conhecimento teórico sobre o comportamento das filas em ambientes de atendimento ao público, explorando conceitos da teoria das filas e suas aplicações potenciais. Por outro lado, a abordagem aplicada visa resolver um problema real enfrentado pelas instituições financeiras: a insatisfação dos clientes devido ao tempo de espera em filas de atendimento. Tais explicações podem ser vistas em Kothari (2004).

A pesquisa adota uma abordagem mista que combina elementos quantitativos e qualitativos para obter uma compreensão abrangente do problema (KOTHARI, 2004). Os aspectos quantitativos envolvem a coleta de dados numéricos, modelagem matemática e simulação, enquanto os aspectos qualitativos incluem entrevistas, observações e análises de conteúdo.

O objetivo exploratório visa investigar e compreender os fatores que contribuem para o problema das filas em instituições financeiras, explorando conceitos teóricos e identificando áreas de interesse. O objetivo descritivo envolve a documentação detalhada do sistema de filas no banco público em estudo, incluindo a coleta de dados sobre tempos de espera, características dos clientes e número de atendentes. O objetivo explicativo busca identificar as relações de causa e efeito subjacentes ao problema das filas, investigando como variáveis como o número de atendentes e o volume de clientes afetam o tempo de espera. O objetivo normativo propõe soluções

práticas para reduzir o tempo de espera nas filas de atendimento, com base nas descobertas e modelagens obtidas ao longo da pesquisa.

Um experimento controlado será realizado para coletar dados sobre o tempo de espera nas filas de atendimento. Serão variados os números de atendentes e o volume de clientes para analisar seu impacto nas filas. Utilizando a teoria das filas, um modelo matemático M/M/s será desenvolvido e validado com dados reais do sistema. A simulação permitirá avaliar o desempenho do sistema atual e das propostas de melhoria. O estudo de caso envolverá a análise aprofundada do banco público no Sul de Minas Gerais. Isso incluirá entrevistas com funcionários, observações do ambiente de atendimento e análise de documentos relevantes. Estes itens também podem ser conferidos em Kothari (2004).

4. MODELOS CLÁSSICOS DE TEORIA DAS FILAS

O modelo M/M/s é baseado na suposição de que todos os intervalos de tempo entre atendimentos seguem uma distribuição exponencial independente e igual (ou seja, segue a metodologia de chegada de Poisson), que os tempos de atendimento são independentes e seguem uma distribuição exponencial idêntica, e que o número de atendentes é igual a s (um número inteiro positivo). Portanto, esse modelo é uma instância do método de nascimento e morte, no qual a taxa média de chegada e a taxa média de atendimento por atendente ocupado no sistema de filas são constantes (representadas por λ e μ , respectivamente), independentemente do estado do sistema (HILLIER; LIBERMAN, 2013).

Teixeira (2010) fornece uma perspectiva mais específica, descrevendo a Teoria das Filas como um ramo da probabilidade que estuda a formação de filas por meio de análises matemáticas precisas e propriedades mensuráveis das filas. Ela oferece modelos para prever o comportamento de um sistema que fornece serviços cuja demanda cresce aleatoriamente. Isso permite dimensionar o sistema de forma a satisfazer os clientes e ser economicamente viável para o provedor de serviços, evitando desperdícios e gargalos.

Um sistema de filas é composto por muitos elementos que desejam ser atendidos em um ponto de serviço e, ocasionalmente, precisam aguardar até que o ponto de serviço esteja disponível.

A Tabela 1 apresenta as variáveis utilizadas no modelo M/M/s, que serão aplicadas na Tabela 2, e suas respectivas nomenclaturas são apresentadas no Quadro 1.

Quadro 1 – Nomenclaturas

Variáveis referentes ao processo de chegada
<p>λ = taxa média de chegada ou ritmo médio de chegada.</p> <p>IC = intervalo médio entre chegadas. Por definição obtemos $IC = \frac{1}{\lambda}$.</p>
Variáveis referentes à fila
<p>TF = tempo médio de permanência na fila.</p> <p>NF = número médio de clientes na fila.</p>
Variáveis referentes ao processo de atendimento ou de serviço
<p>TA = tempo médio de atendimento ou de serviço.</p> <p>s = capacidade de atendimento ou quantidade de servidores (atendentes).</p> <p>NA = número médio de transações ou clientes que estão sendo atendidos.</p> <p>μ = taxa média de atendimento ou ritmo médio de atendimento de cada servidor.</p>
Variáveis referentes ao sistema
<p>TS = tempo médio de permanência no sistema</p>

Fonte: Adaptado de Prado (2014).

Tabela 1 – Variáveis para o modelo M/M/s

Componentes	Descrição	Expressão
λ	Taxa de chegada	$\lambda = \frac{1}{\text{intervalos entre chegadas}}$
μ	Taxa média de atendimento	$\mu = \frac{1}{\text{tempo médio de atendimento}}$
μ (real)	Taxa média de atendimento	$\mu = \frac{1}{\text{tempo médio de atendimento}} \times \text{eficiência}$

Fonte: Adaptado de Chiwf e Medina (2015).

Tabela 2 – Equações do Modelo M/M/s

Parâmetros	Equações
Índice de ocupação do sistema	$\rho = \frac{\lambda}{s\mu}$
Probabilidade de o sistema estar livre	$P_0 = \left[\sum_{n=0}^{s-1} \frac{1}{n!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n + \frac{1}{s!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^s \left(\frac{s\mu}{s\mu - \lambda}\right) \right]^{-1}$
Probabilidade de j elementos no sistema	$P_j = \frac{(s\rho)^j}{j!} P_0, \quad j = 1, 2, \dots, s - 1$
Probabilidade de existirem s ou mais elementos	$P_j = \frac{(s\rho)^j}{s! s^{j-s}} P_0, \quad j = s, s + 1, s + 2$
Média de elementos em fila	$L_q = \frac{P(j \geq s)\rho}{1 - \rho}$
Média de elementos em atendimento	$L_s = \frac{\lambda}{\mu}$
Média de elementos no sistema	$L = \frac{\lambda}{\mu} + \frac{P(j \geq s)\rho}{1 - \rho}$
Tempo médio de espera na fila	$W_q = \frac{L_s^s \mu}{(s - 1)! (s\mu - \lambda)^2} P_0$

Fonte: Adaptado de Chiwf e Medina (2015).

5. APLICAÇÃO

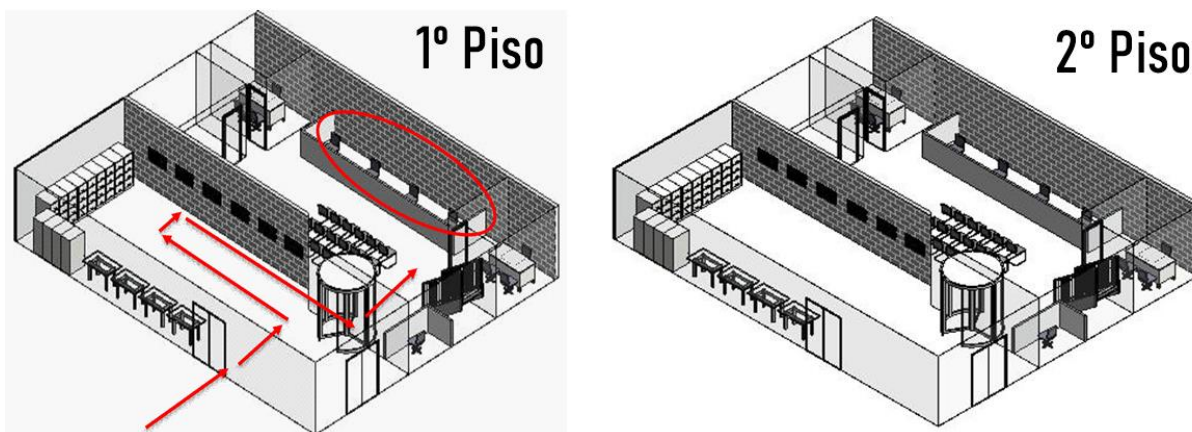
O objeto de estudo desta pesquisa é um banco localizado em uma cidade no Sul de Minas Gerais. Dois setores foram selecionados para análise: o atendimento gerencial e o caixa, pois ambos apresentavam um maior número de reclamações devido ao tempo de espera nas filas. Os dados utilizados na pesquisa foram fornecidos pelo responsável pelos setores, por meio de um sistema interno da instituição financeira, que permite a coleta e análise dos dados. O objeto de estudo escolhido para a aplicação da Teoria das Filas é uma instituição financeira pública localizada no sul de Minas Gerais.

Essa instituição possui autonomia administrativa e patrimônio próprio, com sede em Brasília, no Distrito Federal, e filiais em todo o território nacional. Ela atua no mercado há cerca de 158 anos e é considerada o maior banco público da América Latina.

Devido à sua magnitude, a instituição tem filiais espalhadas por todo o país, uma vez que é uma instituição pública brasileira. O layout das agências é apresentado de forma didática para fins de estudo, ressaltando que não será avaliado nem modificado o layout do sistema atual. Esse layout foi desenvolvido com o uso dos softwares Revit® e AutoCAD®.

A Figura 2 ilustra o primeiro e o segundo piso do objeto de estudo. No primeiro piso, estão localizados o caixa expresso, a área de penhores, os caixas convencionais e a fila onde a Teoria das Filas será aplicada, como parte deste estudo. No segundo piso do objeto de estudo, encontram-se os gerentes responsáveis pelo atendimento a pessoas jurídicas e físicas. É importante destacar que a Teoria das Filas não será aplicada no segundo piso neste estudo.

Figura 2 – Layout da instituição financeira em 3D



Fonte: Elaborada pelos autores (2022).

Os dados utilizados na pesquisa foram obtidos por meio do sistema de controle do objeto de estudo, no qual foram registradas informações como o horário de chegada dos clientes, o horário de chamada para atendimento, o início efetivo do serviço prestado, a duração do atendimento, o momento de conclusão do serviço e a modalidade do serviço solicitado. A Tabela 3 apresenta um exemplo amostral da coleta de dados realizada neste estudo.

Tabela 3 – Variáveis para o modelo M/M/s

Amostra	Mesa	Chegada	Chamada	Espera	Início	Fim	Tempo
1	14	09:49:14	10:00:04	00:10:50	10:00:13	10:00:06	06:32:09
2	11	10:00:16	10:02:17	00:02:00	10:02:26	10:05:40	00:03:13
3	10	10:01:23	10:04:27	00:03:04	10:04:37	10:10:33	00:05:55
4	12	10:02:04	10:04:29	00:02:24	10:09:01	10:09:10	00:00:08
5	11	10:03:07	10:06:13	00:03:06	10:06:23	10:07:15	00:00:52
6	11	10:03:48	10:10:06	00:06:17	10:10:14	10:13:59	00:03:44
7	11	10:04:22	10:07:17	00:02:54	10:07:26	10:09:45	00:02:19
8	10	10:05:09	10:10:33	00:05:24	10:10:42	10:21:00	00:10:17
9	12	10:05:19	10:09:10	00:03:50	10:09:20	10:17:19	00:07:58
10	14	10:07:08	10:10:35	00:03:27	10:11:24	10:12:00	00:00:35
11	13	10:08:31	10:11:07	00:02:36	10:11:16	10:17:04	00:05:47
12	14	10:11:11	10:12:18	00:01:06	10:12:26	10:19:53	00:07:27
13	11	10:11:26	10:14:12	00:02:45	10:14:22	10:15:12	00:00:49
14	12	10:12:41	10:17:19	00:04:37	10:17:27	10:28:02	00:10:34
15	11	10:13:46	10:16:20	00:02:34	10:16:30	10:19:42	00:03:12
16	21	10:15:07	10:25:46	00:10:38	10:25:55	13:53:06	03:27:11
17	10	10:15:46	10:25:59	00:10:12	10:26:07	10:32:56	00:06:49

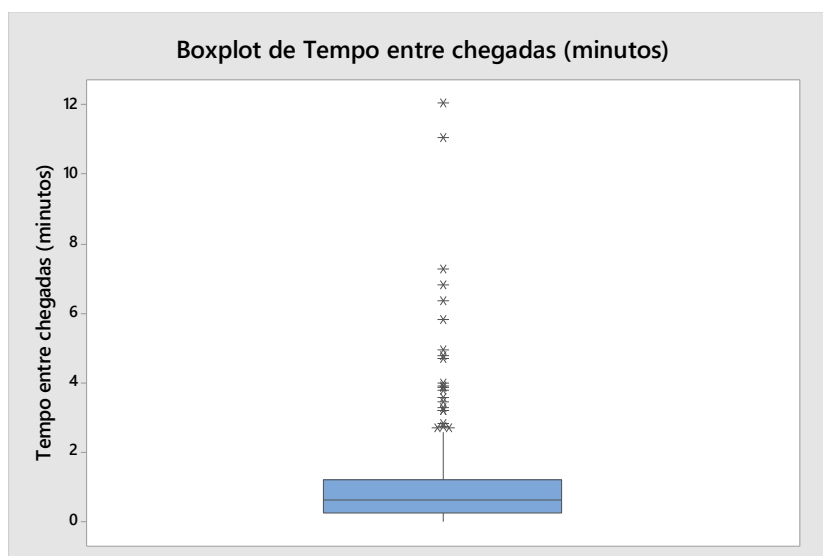
18	16	10:16:04	10:18:24	00:02:19	10:18:34	10:31:52	00:13:18
19	21	10:16:38	10:21:14	00:04:35	10:21:25	10:25:46	00:04:20
20	12	10:17:01	10:23:25	00:06:24	10:23:37	10:27:56	00:4:19

Fonte: Adaptado de Chiwf e Medina (2015).

6. EXTRATIFICAÇÃO E ANÁLISE DE DADOS

Para uma análise mais precisa, os dados foram estratificados por meio de um *Boxplot*, utilizando a ferramenta do *software* Minitab ®. Isso permitiu identificar e remover os valores discrepantes (*outliers*) da amostra. A Figura 3 representa a identificação dos outliers em uma amostra que contém 335 registros de tempo.

Figura 3 – Identificação dos *outliers*



Fonte: Elaborada pelos autores (2022).

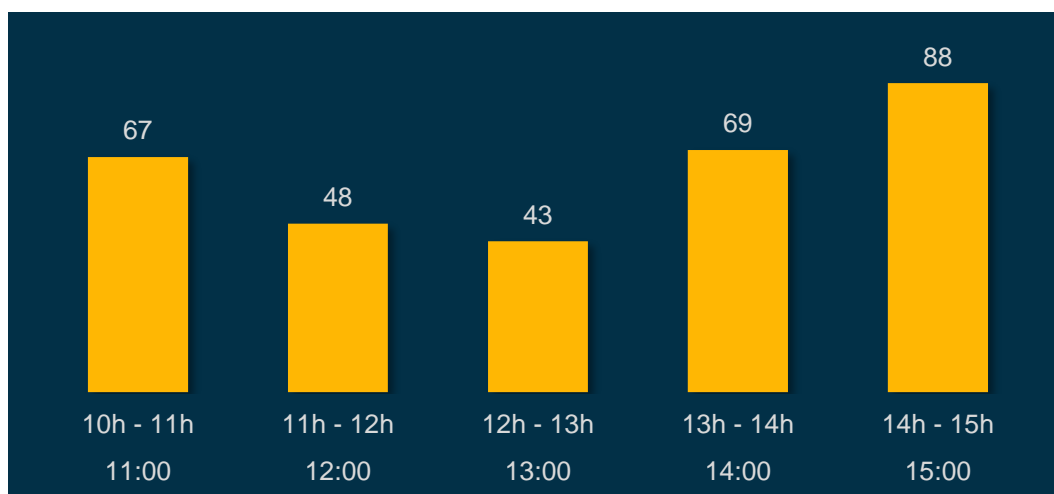
Após a interpretação dos dados e a identificação de alguns tempos considerados *outliers*, os dados foram processados seguindo as seguintes etapas:

1. Extração e reorganização dos dados;
2. Análise dos tempos de chegada, chamada, início e final do atendimento;
3. Conversão dos tempos de horas para minutos;

4. Cálculo dos tempos entre chegadas, obtendo a diferença entre o tempo de chegada da amostra 2 e o tempo de chegada da amostra 1;
5. Organização dos dados em ordem crescente, levando em consideração o horário de trabalho das 10 horas às 15 horas;
6. Identificação e remoção dos outliers, como amostras com tempos de atendimento superiores a 5 horas e amostras com menos de 1 minuto, utilizando a ferramenta do software Minitab ®;
7. Formulação do modelo M/M/s;
8. Aplicação do equacionamento do modelo;
9. Análise dos resultados, confirmando que a modelagem matemática atende às necessidades para melhorar o processo, fornecendo uma previsão de como será o resultado, conforme validado pela Teoria das Filas;
10. Propostas de melhorias com base na análise matemática.

A frequência de chegada de clientes ao estabelecimento financeiro público foi analisada e dividida em intervalos de uma hora, conforme ilustrado na Figura 4, que apresenta os dados relacionados ao serviço de caixas. Observa-se que o fluxo mais intenso, com um maior número de clientes, ocorre no horário das 14:00 às 15:00.

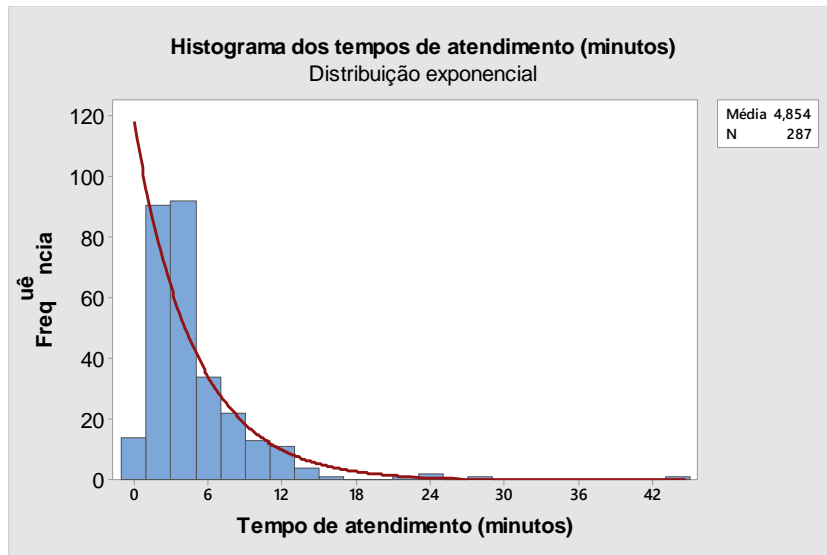
Figura 4 – Comportamento da frequência de clientes



Fonte: Elaborada pelos autores (2022).

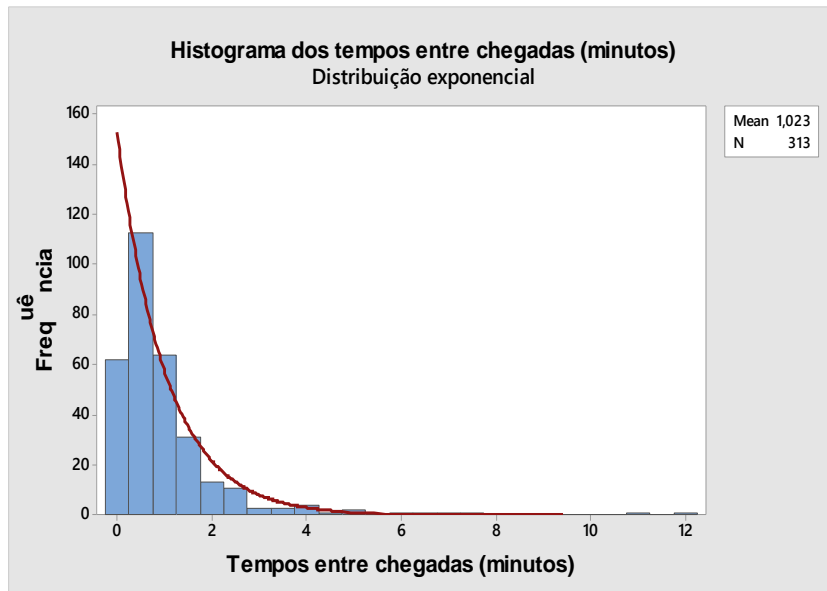
As Figuras 5 e 6 ilustram o comportamento dos tempos registrados durante a coleta de dados realizada pelo *software* interno da instituição financeira. Essas figuras destacam claramente o comportamento exponencial dos tempos, o que confirma que o modelo da Teoria das Filas M/M/s é adequado para ser aplicado ao objeto de estudo.

Figura 5 – Comportamento do tempo entre chegadas



Fonte: Elaborada pelos autores (2022).

Figura 6 – Comportamento do tempo de atendimento



Fonte: Elaborada pelos autores (2022).

7. CONSTRUÇÃO DO MODELO M/M/S

Com a aplicação da Equação (7.1), referente aos dados relacionados à operação do sistema de um banco público, onde são atendidos em média 315 clientes por dia durante 5 horas, é possível calcular a taxa de chegada (λ).

$$\lambda = \frac{1}{\text{Intervalos entre chegadas}} = \frac{1}{1,02} = 0,98 \text{ clientes por minuto} \quad (7.1)$$

A taxa de atendimento (μ) desempenha um papel crucial na determinação do tempo que os outros clientes aguardam na fila. Ela foi calculada usando a Equação (7.2), que corresponde ao cálculo teórico, e a Equação (7.3), que leva em consideração a eficiência do sistema, considerando a presença de 6 servidores (s) no serviço de atendimento do caixa.

Além disso, a Equação (7.4) foi usada para calcular a taxa de atendimento e o tempo que o sistema permanece ocupado (ρ). Por fim, a Equação (7.5) foi aplicada para calcular a taxa de ocupação real do sistema. Esses cálculos são essenciais para a compreensão do desempenho do sistema de filas no banco público estudado.

$$\mu = \frac{1}{\text{tempo médio de atendimento}} = \frac{1}{4,85} = 0,21 \text{ clientes por minuto} \quad (7.2)$$

$$\mu = \frac{1}{\text{tempo médio de atendimento}} \cdot \text{eficiência} = \frac{1}{4,85} \cdot 0,8518 = 0,18 \text{ clientes/minuto} \quad (7.3)$$

$$\rho = \frac{\lambda}{s\mu} = \frac{0,98}{6 \cdot 0,21} = 77,77\% \text{ de ocupação do sistema} \quad (7.4)$$

$$\rho = \frac{\lambda}{s\mu \text{ (real)}} = \frac{0,98}{6 \cdot 0,18} = 93,11\% \text{ de ocupação do sistema} \quad (7.5)$$

Para analisar o comportamento do sistema de filas com base nas variáveis previamente calculadas, é possível determinar a probabilidade de que não haja atendimento no sistema (P_0), ou seja, a probabilidade de o sistema estar completamente ocioso. Isso pode ser calculado usando a Equação (7.6). Essa

probabilidade é importante para entender o funcionamento do sistema e sua eficiência em lidar com a demanda de clientes.

$$P_0 = \left[\sum_{n=0}^{s-1} \frac{1}{n!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n + \frac{1}{s!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^s \left(\frac{s\mu}{s\mu-\lambda}\right) \right]^{-1} = \left[\sum_{n=0}^{6-1} \frac{1}{7!} \left(\frac{0,98}{0,18}\right)^7 + \frac{1}{6!} \left(\frac{0,98}{0,18}\right)^6 \left(\frac{6*0,18}{6*0,18-0,98}\right) \right]^{-1} = 1,21 \cdot 10^{-3} \text{ probabilidade de o sistema estar livre} \tag{7.6}$$

Com a probabilidade de não haver atendimento no sistema (P_0) calculada, é possível determinar o número médio de clientes na fila utilizando a Equação (7.7). Além disso, o tempo médio que os clientes aguardam na fila pode ser calculado usando a Equação (7.8). Essas equações são fundamentais para avaliar a eficiência do sistema de filas em relação à espera dos clientes e ao tamanho da fila.

$$L_q = \frac{P(j \geq s)\rho}{1-\rho} = \frac{P(j \geq 8)*0,9997}{1-0,9997} = 10,25 \text{ clientes na fila} \tag{7.7}$$

$$W_q = \frac{L_s^s \mu}{(s-1)!(s\mu-\lambda)^2} P_0 = \frac{5,816 \cdot 6 \cdot 0,18}{(6-1)!(6 \cdot 0,18 - 0,98)^2} \cdot 1,21 \cdot 10^{-3} = 10,46 \text{ minutos} \tag{7.8}$$

É importante destacar que o tempo médio de espera coletado foi de 10,23 minutos, o que representa uma diferença de 0,23 minutos em relação ao valor calculado anteriormente. A validação do modelo de filas é realizada por meio das equações apresentadas anteriormente e da construção do modelo M/M/s. Os resultados obtidos são resumidos na Tabela 4, fornecendo uma base para a avaliação da eficácia do sistema de filas e das melhorias propostas.

Tabela 4 – Tabela de validação

Parâmetro	Valor	Unidade
Tempo médio entre chegadas	1,02	minutos
λ	0,98	cliente/minutos
Tempo médio de atendimento	4,85	minutos
$\mu_{teórico}$	0,21	cliente/min
Servidores	6	funcionários/servidores
Eficiência	85,18%	-

μ_{real}	0,18	cliente/minutos
ρ	93,11%	-
P_0	0,12%	-
L_q	10,03	clientes
W_q	10,23	minutos

Fonte: Elaborada pelos autores (2022).

8. DISCUSSÃO DO CENÁRIO ATUAL E PROPOSTAS DE MELHORIA

O tempo médio de espera na fila do caixa foi observado como sendo de 10,23 minutos (W_q) durante um dia de trabalho, com 316 amostras de tempos de chegada para atendimento. Para obter esse resultado, é necessário diferenciar a variável μ em sua versão teórica e real, conforme apresentado na Tabela 4.

A variável μ teórica parte do pressuposto de que o modelo da Teoria das Filas considera que os servidores estão operando com eficiência máxima, ou seja, como máquinas operando a 100% de seu potencial produtivo. No entanto, como a eficiência dos servidores pode variar individualmente, foi utilizada a ferramenta "atingir metas" do software Excel®, o que possibilita uma medição mais compatível com o tempo médio de espera real (W_q). O valor de eficiência correspondente ao tempo médio calculado é de 85,18%, como ilustrado na Tabela 4.

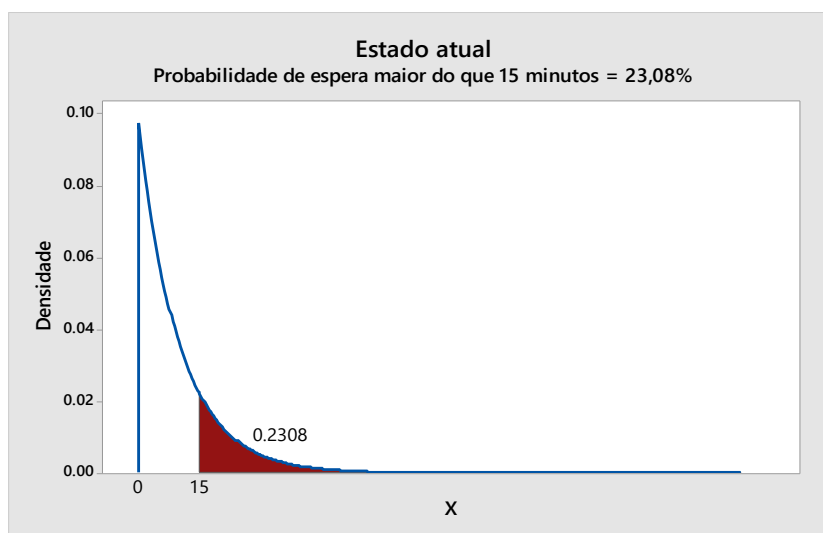
Por outro lado, a variável μ real flexibiliza o cálculo de μ ao considerar o conceito de eficiência da produtividade, que, no contexto do objeto de estudo, está relacionado à eficiência do atendimento como um serviço público. No entanto, o valor obtido representa a média dos tempos de espera resultantes da aplicação do modelo M/M/s.

A taxa de utilização dos atendentes no sistema de caixa foi calculada utilizando a Equação (7.5), resultando em um valor de 93,11%. Isso indica que o sistema está enfrentando um congestionamento relativamente alto em relação à sua taxa de chegada de clientes, que é de 1,02 cliente por minuto. Como resultado, o tamanho médio da fila (L_q) é de 10,03 clientes.

Portanto, o cenário atual não está em conformidade com a "Lei dos 15 minutos", uma vez que a Figura 7 mostra que existe uma probabilidade de 23,08% dos clientes

aguardarem mais do que o limite estipulado por essa lei. Isso indica a necessidade de melhorias no sistema de filas para reduzir o tempo de espera dos clientes.

Figura 7 – Probabilidade de espera no estado atual



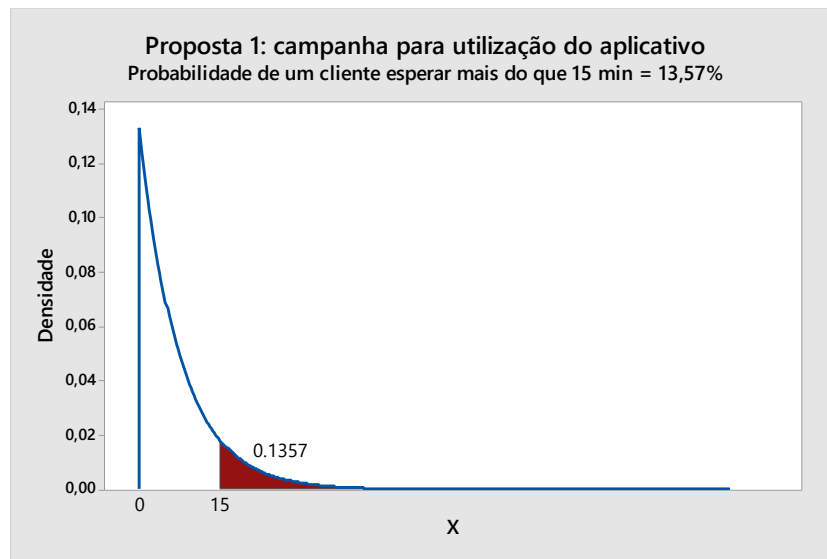
Fonte: Elaborada pelos autores (2022).

As propostas apresentadas visam obter resultados melhores e reduzir os custos operacionais, evitando a necessidade de novas contratações ou horas extras de trabalho. A Proposta 1 é qualitativa e foca na melhoria da divulgação e no incentivo ao uso do autoatendimento, utilizando a metodologia já conhecida. Por outro lado, a Proposta 2 é classificada como quantitativa, pois envolve cálculos e a aplicação das equações da Teoria das Filas contidas no modelo M/M/s.

No Cenário 1, a proposta consiste em incentivar o uso do aplicativo da instituição financeira como uma solução para os problemas dos clientes de forma simples e rápida, evitando assim a formação de filas na instituição. O objeto de estudo também inclui terminais de autoatendimento, como caixas eletrônicos, que são dispositivos que permitem aos clientes acessarem uma variedade de serviços de forma rápida e eficiente. O aplicativo oferece aos clientes acesso a funcionalidades como consulta de saldo, transações bancárias, pagamento de boletos, simulação de financiamentos, entre outros.

Ao fazer uma simulação e comparar com o cenário atual, onde o tempo médio de espera (W_q) é de 23,00 minutos, a campanha de incentivo ao uso do aplicativo resultaria em um W_q de 7,51 minutos, o que representa uma redução de 7% no tempo de espera na fila. Todo esse contexto é ilustrado na Figura 8. Essa proposta qualitativa visa melhorar a eficiência do atendimento ao incentivar os clientes a utilizarem os canais de autoatendimento disponíveis.

Figura 8 – Probabilidade de espera na proposta de melhoria 1



Fonte: Elaborada pelos autores (2022).

Uma outra proposta para o cenário atual baseia-se na modelagem matemática da Teoria das Filas, na qual se identificou uma oportunidade de melhoria significativa em relação ao estado atual. A ideia central é aprimorar a eficiência dos servidores da instituição financeira, implementando melhorias que estão indiretamente relacionadas ao aumento da eficiência. Isso envolve a aplicação da metodologia 5S, que se baseia na organização e na manutenção de um ambiente em boas condições. Além disso, é essencial analisar o fluxo de valor das atividades, visando a tornar o trabalho mais fluido, eliminando tempos desnecessários de movimentação. Outra medida importante é a aplicação de treinamentos específicos, com o objetivo de padronizar o atendimento e torná-lo mais uniforme em termos de qualidade.

É igualmente relevante avaliar e otimizar a distribuição dos servidores, incluindo a padronização dos horários de pausas para almoço e descanso. Isso visa organizar o atendimento de forma eficaz ao longo de todo o período de funcionamento, a fim de atender à demanda da maneira mais eficiente possível. Portanto, a segunda proposta consiste em aumentar a eficiência dos servidores em 3,00%, elevando a taxa de eficiência de 85,18% para 88,18%. Vale ressaltar que melhorar a eficiência do atendimento é uma tarefa desafiadora, uma vez que envolve fatores individuais de cada servidor.

Em comparação com o cenário atual, essa proposta resultaria em uma redução significativa na probabilidade de espera superior a 15 minutos, que atualmente é de 8,62%, conforme estabelecido pela lei. Com a implementação da proposta, o tempo médio de espera (W_q) seria reduzido para 6,12 minutos, representando uma diminuição de 40,15% em relação ao tempo atual.

O cálculo do tempo médio de clientes em espera na fila (W_q) é realizado pela divisão da taxa de utilização do servidor, que representa uma média do congestionamento do servidor ($\rho = \gamma/\mu$), onde γ e μ são fatores cruciais para o cálculo de (W_q), pela probabilidade de o sistema estar ocioso.

É importante observar que a fórmula envolve duas variáveis relacionadas à "média", o que pode influenciar o resultado de W_q . Portanto, quanto menor for o valor de W_q , melhor, indicando tempos de espera mais curtos. Por outro lado, valores mais altos de W_q estão associados a tempos de espera mais longos.

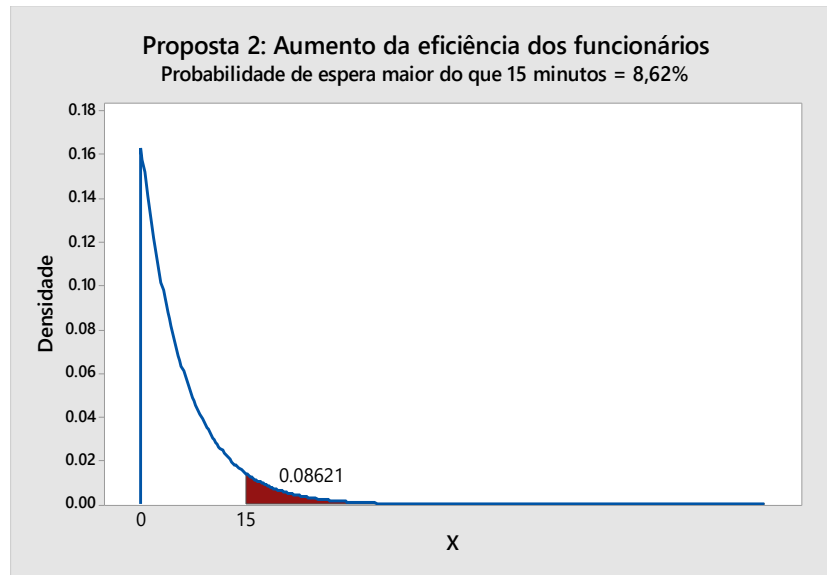
O conceito de média está intrinsicamente ligado à soma dos valores de um determinado conjunto de medidas, dividindo o resultado dessa soma pela quantidade de valores somados. Isso corresponde à média aritmética simples, uma abordagem comumente aplicada em estimativas diárias.

Considerando esse conceito, fica evidente que o valor de W_q , que atualmente é de 10,23 minutos, está próximo dos 15 minutos estabelecidos como limite, o que indica que os tempos de espera registrados são consideravelmente altos.

O número médio de clientes na fila (L_q) é uma medida crucial, pois determina o tamanho da fila. A meta desejada é que não haja fila, permitindo que os clientes

cheguem e sejam atendidos imediatamente. Supondo que as taxas médias de chegada e atendimento se mantenham constantes, o tamanho da fila oscilará em torno de um valor médio. A Figura 9 demonstra a probabilidade de espera na segunda proposta.

Figura 9 – Probabilidade de espera na proposta de melhoria 2



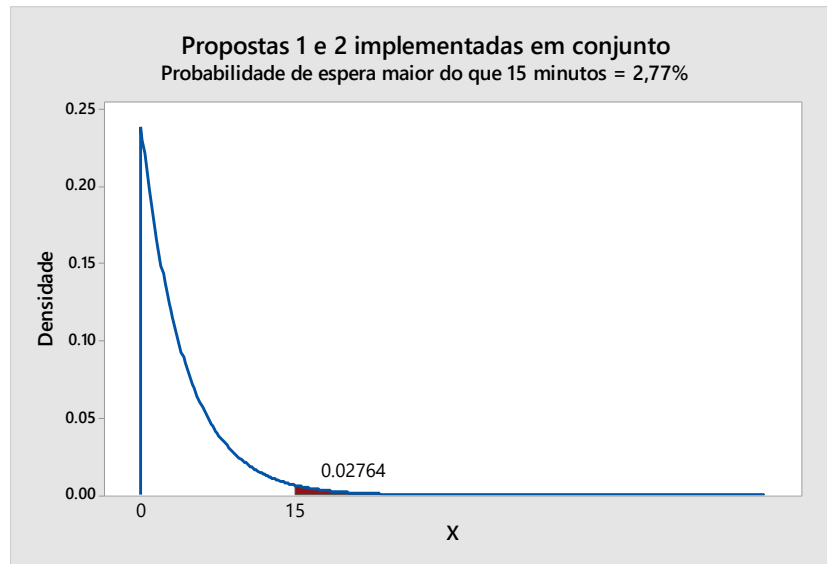
Fonte: Elaborada pelos autores (2022).

Por fim, a terceira proposta de melhoria envolveria a combinação das duas propostas mencionadas anteriormente, ou seja, promover campanhas de incentivo ao mesmo tempo em que se aumenta a eficiência do atendimento ao público. Essa abordagem resultaria em uma probabilidade de espera superior a 15 minutos de apenas 2,77%, conforme ilustrado na Figura 10. Após a modelagem matemática, a média do tempo de espera (W_q) seria reduzida de forma significativa para 4,84 minutos, representando uma redução de 52,68% em relação ao tempo atual.

A Tabela 5 apresenta, de forma objetiva e comparativa, os valores do cenário atual em relação ao cenário 3. O objetivo é observar as descrições relevantes e analisar as melhorias obtidas após a aplicação da Teoria das Filas, por meio da simulação dos cenários. Os números fornecem uma validação numérica da aplicação desta pesquisa, demonstrando a eficácia das propostas de melhoria. Essa tabela

oferece uma visão clara das melhorias potenciais em termos de tempo de espera e eficiência do atendimento ao público, reforçando a importância da modelagem matemática na otimização de sistemas de filas.

Figura 10 – Probabilidade de espera na união da proposta 1 e 2



Fonte: Elaborada pelos autores (2022).

Tabela 5 – Tabela de validação

Parâmetro	Atual	Cenário 1	Cenário 2	Cenário 3	Unidade
Tempo médio entre chegadas	1,02	1,04	1,02	1,04	minutos
λ	0,98	0,96	0,98	0,96	cliente/min
Tempo médio de atendimento	4,85	4,85	4,85	4,85	minutos
$\mu_{teórico}$	0,21	0,21	0,21	0,21	cliente/min
Servidores	6	6	6	6	funcionários/servidores
Eficiência	85,18%	85,18%	88,00%	88,00%	-
μ_{real}	0,18	0,18	0,18	0,18	cliente/min
ρ	93,11%	91,29%	90,13%	88,36%	-
P_0	0,12%	0,16%	0,19%	0,23%	-
L_q	10,03	7,22	6,01	4,65	clientes
W_q	10,23	7,51	6,12	4,84	minutos

Fonte: Elaborada pelos autores (2022).

9. CONCLUSÃO

A competitividade entre as empresas, incluindo instituições bancárias, e as crescentes expectativas dos consumidores têm gerado uma necessidade cada vez maior de conquistar e manter clientes satisfeitos. Nesse contexto, a satisfação do cliente torna-se essencial para que os bancos alcancem seus objetivos.

Os resultados obtidos nesta pesquisa evidenciam que o sistema em estudo não atende adequadamente à demanda devido ao tempo médio de espera de 10,23 minutos. Embora esse valor esteja abaixo dos 15 minutos estabelecidos por lei, é importante lembrar que se trata de uma média e que o tempo de espera segue uma distribuição exponencial, o que pode causar insatisfação entre os clientes.

Este trabalho propôs um estudo do comportamento de uma fila de atendimento presencial, envolvendo seis atendentes. Através da observação do sistema atual e da elaboração de propostas de melhoria, foi possível reduzir o tempo de espera na fila e o tempo de atendimento, contribuindo para uma maior qualidade no atendimento ao cliente.

Para trabalhos futuros, sugere-se a comparação desta abordagem com simulações não matemáticas e a análise comparativa dos resultados com outros estudos que aplicam diferentes modelos da Teoria das Filas. Além disso, seria interessante realizar simulações abrangendo todos os setores da agência bancária, a fim de identificar outros fatores que possam influenciar o tempo de espera dos clientes.

O objetivo desta pesquisa foi alcançado ao aplicar com sucesso a Teoria das Filas no contexto de um banco público e propor melhorias que podem beneficiar tanto os clientes quanto a eficiência operacional da agência. Conclui-se que a aplicação dessa teoria no setor bancário é viável e pode ser uma ferramenta valiosa para o gerenciamento de agências, melhorando as condições de trabalho e a satisfação dos clientes, proporcionando vantagens competitivas para a instituição financeira.

REFERÊNCIAS

- BANDEIRA, C. R. P. P.; ROCHA, S. P. B. **Otimização de atendimento bancário: estudo de caso em uma agência bancária em Aracaju SE.** XXX Encontro Nacional de Engenharia de Produção, São Carlos, SP, Brasil, 2010.
- BERTRAND, J. Will M.; FRANSOO, Jan C. Operations management research methodologies using quantitative modeling. **International journal of operations & production management**, v. 22, n. 2, p. 241-264, 2002.
- BRUNS, R.; SONCIM, S. P.; SINAY, M. C. F. **Pesquisa operacional: uma Aplicação da teoria das filas a um sistema de atendimento.** Salvador: Enegep, 2001.
- CHWIF, Leonardo. **Redução de modelos de simulação de eventos discretos na sua concepção: uma abordagem causal.** São Paulo, 1999.
- CHWIF, Leonardo; MEDINA, Afonso. **Modelagem e simulação de eventos discretos: Teoria e aplicações.** 4ª edição. Elsevier Brasil, 2014.
- CORRÊA, H. L. **Teoria Geral da Administração: Abordagem Histórica da Gestão de Produção e Operações.** São Paulo: Atlas, 2003.
- GENTIL, M. **“Lei dos quinze minutos” e competência municipal.** Aracaju, 19 set. 2017. Disponível em: <<http://www.infonet.com.br>>.
- HILLIER, F. S.; LIEBERMAN, G. J. **Introdução à Pesquisa Operacional.** 9 ed. Porto Alegre: AMGH, 2013.
- KOTHARI, Chakravanti Rajagopalachari. **Research methodology: Methods and Techniques.** 2ª ed. New Age International Publishers, 2004.
- KOTLER, P.; KELLER, K. L. **Administração de Marketing.** Trad. Mônica Rosenberg, Brasil Ramos Fernandes, Cláudia Freire. 14. ed. São Paulo: Prentice Hall, 2012.
- LAW, A. M.; KELTON, W. D. **Simulation modeling and analysis.** 3rd. ed. New York: McGraw-Hill, 2000.
- MARINS, F. A. S. **Introdução a Pesquisa Operacional.** São Paulo: Cultura Acadêmica: Universidade Estadual Paulista, Pró - Reitoria de Graduação, 2011.
- MOREIRA, D. A. **Pesquisa operacional: Curso Introdutório.** 2ª ed. revisada e atualizada. São Paulo: Cengage Learning, 2013.

PRADO, D. S. **Teoria das filas e da simulação**. Vol. 2. 5° ed. - Nova Linha: Falcone, 2014.

SHANNON, Robert E. Simulation: A survey with research suggestions. **AIE Transactions**, v. 7, n. 3, p. 289-301, 1975.

TAHA, Hamdy A. **Operations research: an introduction**. Pearson Education India, 2013.

TEIXEIRA, Daniel Pinheiro et al. **Uma análise econômica compromissada com o futuro da energia eólica**. Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, Minas Gerais, 2010.