

ESTUDO DE CASO: MODELAGEM VIRTUAL E PROTOTIPAGEM APLICADA EM UM GUINDASTE DE PALITO DE PICOLÉ

MATHEUS COSTA PEREIRA¹
PEDRO JOSÉ PAPANDRÉA²

RESUMO

Com a utilização de sistemas de *Computer-aided design* (CAD) e *Computer-aided Engineering* (CAE) com a utilização do *Finite element method* (FEA). Um guindaste físico foi construído de forma aproximadamente igual ao desenvolvido e estudado virtualmente para comparação e comprovação da eficiência e eficácia dos valores encontrados durante a simulação, esta etapa possibilitou aplicação direta da teoria na prática. Este guindaste teve como matéria prima palitos de picolés de madeira (GPP) com objetivo de suportar uma carga superior a 30 kg, aproximadamente cem vezes o peso da estrutura. O desenvolvimento foi baseado em sistemas de treliças que facilitam a aderência e o desenvolvimento do projeto. A construção ficou limitada por conta de restrições existentes, mas, não foi um impasse para esse desenvolvimento com resultados significativos e maiores do que o esperado durante o desenho. O resultado alcançado com o uso da ferramenta CAE foi altamente preciso quando replicado no protótipo físico.

Palavras-chave: CAD. CAE. FEA. Sistemas de treliças. Palitos de picolé.

¹ Graduando em Engenharia Mecânica. Centro Universitário UNA. Graduando em Matemática. Universidade Cesumar (UNICESUMAR). matheusc_pereira@hotmail.com.

² Doutor em Engenharia de Produção. Professor na Universidade Federal de Alfenas (UNIFAL). pedro.papandrea@unifal-mg.edu.br.

CASE STUDY: VIRTUAL MODELING AND PROTOTYPING APPLIED TO A POLICY STICK CRANE

ABSTRACT

Using Computer-aided design (CAD) and Computer-aided Engineering (CAE) systems with the Finite element method (FEA). A physical crane was built approximately the same as the one developed and studied virtually for comparison and proof of the efficiency and effectiveness of the values found during the simulation, this step allowed the direct application of theory in practice. This crane had as raw material wooden popsicle sticks (GPP) in order to withstand a load of more than 30 kg, approximately one hundred times the weight of the structure. The development was based on truss systems that facilitate adherence and project development. The construction was limited due to some restrictions, but it was not an impasse for this development with significant and greater results than expected during the design. The result achieved using the CAE tool was highly accurate when replicated in the physical prototype.

Keywords: CAD. CAE. FEA. Popsicle sticks. Truss systems

1. INTRODUÇÃO

As estruturas treliçadas são amplamente utilizadas na engenharia. sua flexibilidade na forma e comparado com outros modelos estruturais, o tamanho, resistência e peso são relativamente leves, são alguns dos fatores que possibilitam seu uso em massa (OLIVEIRA E FALCÓN, 2013).

Diversas universidades brasileiras promovem competições de Guindaste de Palitos de Picolé (GPP) (KRIPKA et al., 2019). A Universidade de Passo Fundo (Fear/UPF) do Rio Grande do Sul, por exemplo, até o ano de 2022 realizou quatro edições da competição. Alunos de arquitetura e engenharia disputam e buscam suportar a maior carga com o menor peso possível da estrutura. O coeficiente (η) utilizado para estrutura campeã é baseada na Equação (1).

Equação 1 – Base de cálculo para coeficiente

$$\text{Coeficiente } (\eta) = \frac{\text{Carga suportada (gramas)}}{\text{Peso da estrutura (gramas)}}$$

Para uma melhor teorização baseada nas premissas dessa competição, este artigo desenvolveu e testou um modelo virtual, primeiramente modelando por meio do *Computer-aided Design* (CAD) e depois simulando-o com a utilização de software *Computer-aided Engineering* (CAE), e avaliou o desempenho do modelo por confecção e teste em guindastes de palitos de picolé (GPP). Foi definido que o projeto físico também teria o objetivo de suportar ao menos 30 kg de carga estática vertical.

O guindaste físico construído de forma mais próxima possível ao desenvolvido e estudado virtualmente, com isso, objetiva-se que o valor encontrado durante a simulação seja correspondido e comprovado de forma física. O estudo para projeto foi feito com o *software Autodesk Inventor* que possui funções de uso tanto para CAD, quanto para CAE. Evidencia-se que em alguns momentos durante o desenvolvido o palito de picolé será denominado como “P”.

Tal como realizado em competições oficiais, o guindaste poderia apenas ser construído com o uso de palitos de picolé e de cola para madeira, outros produtos não

poderiam ser utilizados, pois, poderiam influenciar diretamente no peso da estrutura e em sua carga suportada. Ademais, vale frisar que a cola deve ser utilizada apenas nas ligações entre as madeiras.

Além disso, o guindaste necessita possuir um ponto de aplicação de carga para que esta possa ser aplicada de maneira correta, enfatiza que este ponto necessita estar localizado no centro ou nas extremidades da estrutura.

2. REVISÃO DA LITERATURA

Estruturas reticuladas tridimensionais formadas por duas ou mais malhas unidas por diagonais são denominadas treliças (SOUZA, 2003). Segundo Lacerda (2014), as treliças transmitem apenas forças axiais e sofrem momento fletor, caso estejam recebendo ação provindas de forças inerciais.

Oliveira e Falcón (2013) destacam que há variados tipos de otimização entre treliças, ademais, as que possuem mais influência são: dimensional, geométrica e topológica. Análises e simulações numéricas possibilitam uma economia de material e um resultado otimizado (OZIMBOSKI, 2019). Segundo Harris e Sabnis (1999) modelos projetadas com escalas menores do que a real tem uma função excepcional na engenharia para desenvolvimento e projeção da estrutura. Hibbler (2010) afirma que a resistência dos materiais calcula a estabilidade e as deformações no qual um corpo sofrerá quando este está submetido a ações de forças externas.

3. SISTEMAS DE TRELIÇAS E RESTRIÇÕES PARA O GUINDASTE

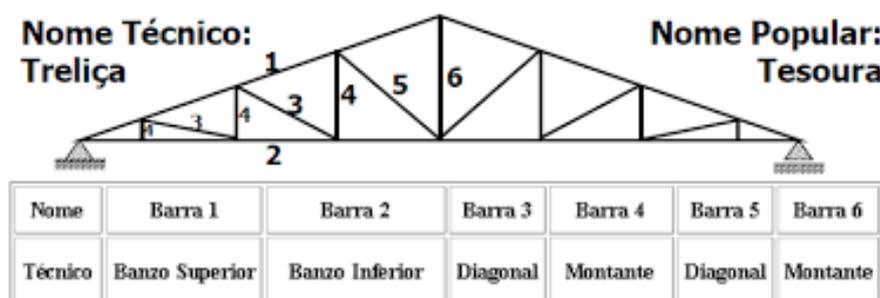
Treliças são estruturas lineares aos quais são construídas por barras retas dispostas de forma que formam painéis triangulares que são solicitadas basicamente por tração ou compressão. As trelias por sua vez tem grande uso na Engenharia Civil e são submetidas a forças que tendem a gerar deslocamentos (Christoforo, 2007). Os principais elementos que constituem uma treliça são:

- Corda ou banzo: conjunto de barras que limitam superiormente ou inferiormente a treliça;

- Montante: barra vertical das treliças;
- Diagonal: barra com o eixo coincidente com a diagonal de um painel;
- Painel: trecho compreendido entre dois alinhamentos consecutivos de montantes.
- Nó: ponto de encontro e junção das extremidades das barras;
- Tesoura: treliça de banzos não paralelos, destinada ao suporte de uma cobertura.

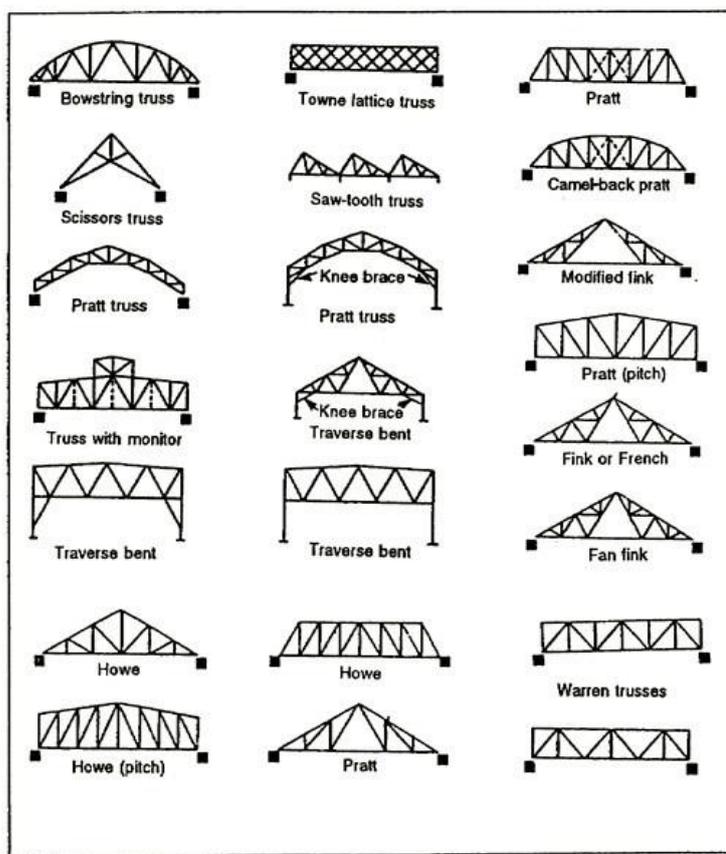
Na Figura 1 é possível compreender a localização de cada um dos elementos que foram citados anteriormente, enquanto na Figura 2 são representados tipos de treliças variados.

Figura 1 – Elementos de uma treliça



Fonte: Tomczyk (2010)

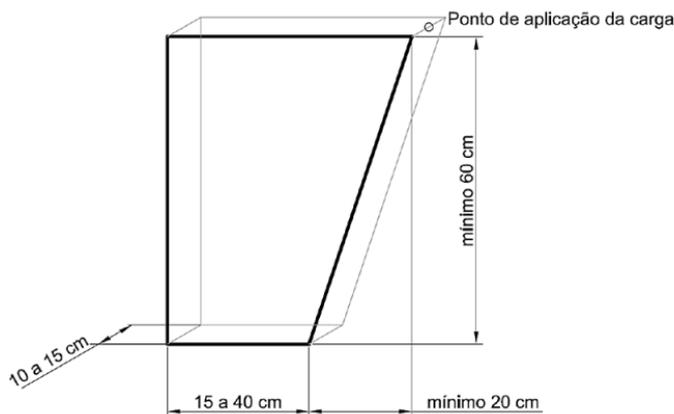
Figura 2 – Variação das treliças



Fonte: MecTRIA

Para que não fosse produzido livremente e com o desígnio de restringir o campo de estudo, o modelo foi desenvolvido sendo um estrutural treliçado isostático no plano. Entre o ponto de aplicação de carga e a base da torre há uma distância mínima de 200 mm na horizontal e 600 mm na vertical. Além disso, as dimensões mínimas do guindaste são 600 mm de altura da base até o ponto de aplicação, 150 mm de largura e 100 mm de profundidade. Todavia, sua profundidade não poderá ser maior que 150 mm e sua largura não poderá ultrapassar 400 mm. Na Figura 3 são descritas as restrições de acordo com o que foi citado anteriormente.

Figura 3 – Limites estruturais do guindaste



Fonte: Ozimboski et al. (2019)

Outro fator importante a ser levado em consideração são as propriedades do material (palito de picolé), no qual foi utilizado propriedades semelhantes as utilizadas nas competições da UPF, na Tabela 1 os dados são expostos (estes valores serão utilizados no *Autodesk Inventor*).

Tabela 1 – Propriedades do material

| Propriedade | Valor médio | | Unidade |
|--------------------------|-------------|-----------|-------------------|
| | 1 palito | 2 palitos | |
| Resistência a tração | 888,31 | 2.123,93 | N |
| Resistência a compressão | 49,72 | 415,72 | N |
| Peso específico | 0,61 | | g/cm ³ |

Fonte: Ozimboski et al. (2022)

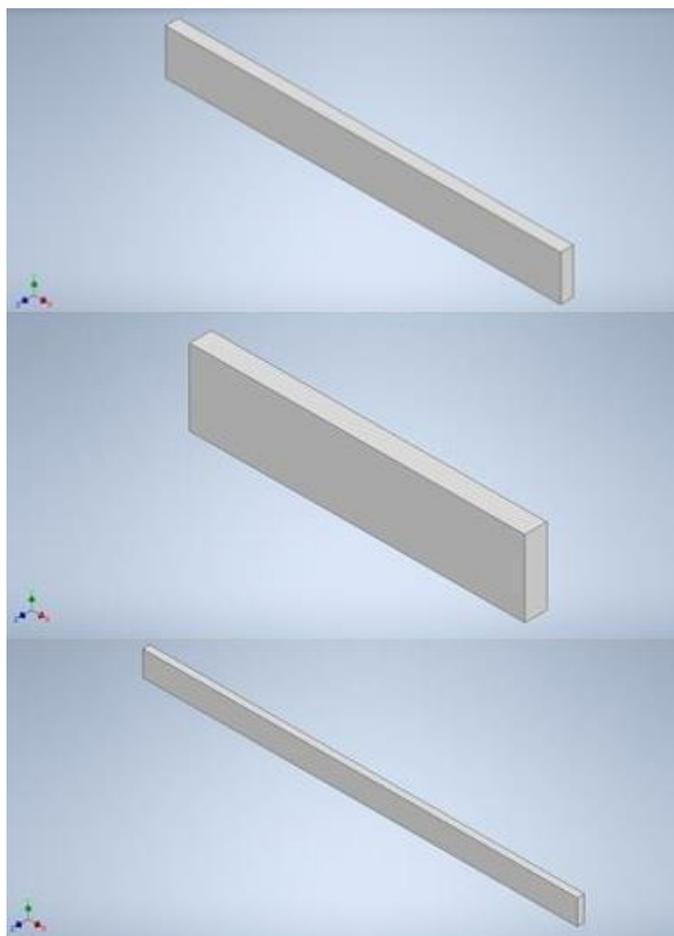
4. ESTUDO DE CASO

4.1 DESENHO

Na primeira etapa foi construído um guindaste de forma física, sem a utilização do CAD e de nenhum método matemático, seu desempenho foi pífio, isto foi importante para que com a utilização do *software* de desenho e de simulação fosse possível comparar os resultados obtidos.

Para Rocha (2000) deve-se buscar o equilíbrio da estrutura analisada, isso advém da análise de pontos singulares ou pontos críticos que existem na estrutura. Com o uso do *Autodesk Inventor* foram criados três modelos de palitos para a construção do guindaste, aos quais foram: palito inteiro, 1/2 palito e 1/4 de palito. A partir desta subdivisão, tornou-se possível o desenvolvimento do desenho. Na Figura 4 é possível compreender a diferença de cada um destes palitos descritos acima.

Figura 4 – Unidades básicas de palitos



Fonte: Próprio autor (2022)

Por meio dos componentes básicos criados anteriormente, foi desenvolvido um subconjunto com a união das respectivas unidades de 2 palitos, 1/2 palito, 3 palitos e 5 palitos. Na Figura 5 é possível compreender a disposição dos elementos do subconjunto criado.

Figura 5 – Subconjunto principal

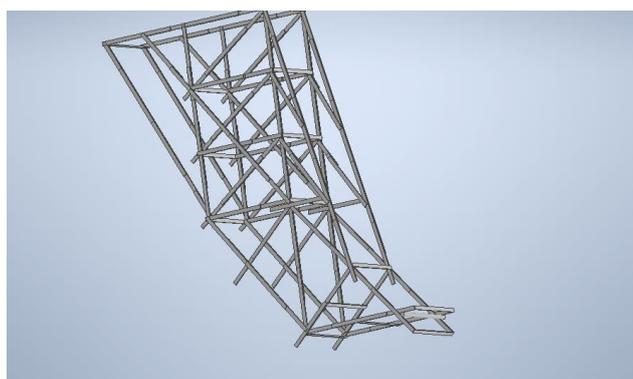


Fonte: Próprio autor (2022)

Com a criação deste novo subconjunto essencial para o desenvolvimento foi possível fazer a montagem final do guindaste. Com o estudo de outros guindastes construídos previamente, este construído e estudado em questão possui características semelhantes de outros criados previamente que conquistaram a primeira colocação nas competições.

Na Figura 6 pode-se compreender a montagem a o guindaste final projetado, ao qual passará pelo estudo de *Finite Element Method* (FEA) para elaborar interpretar os resultados obtidos.

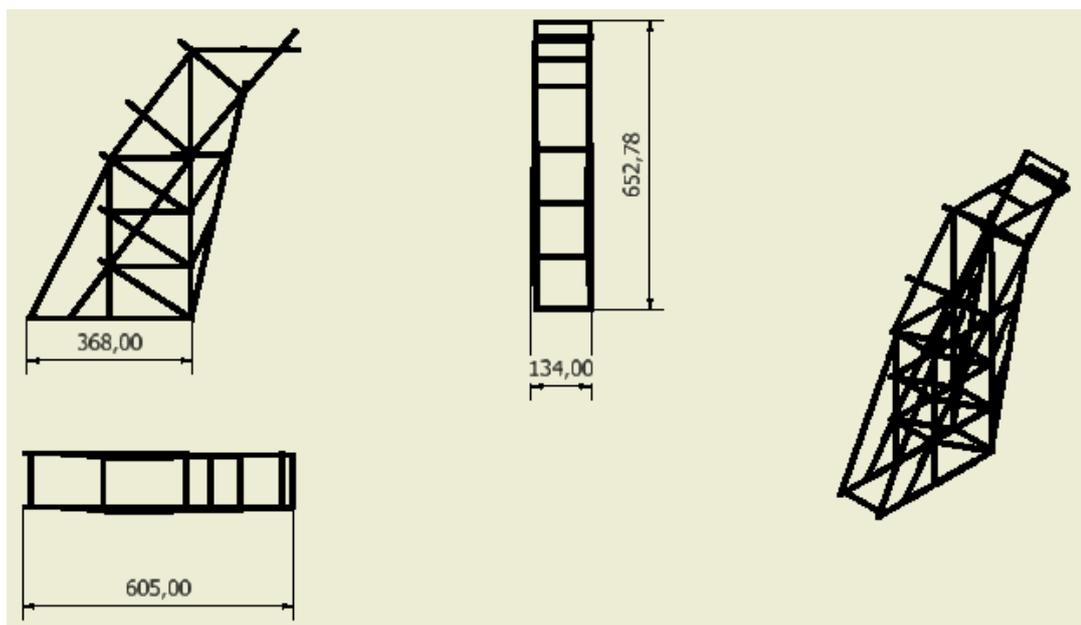
Figura 6 – Guindaste final



Fonte: Próprio autor

Para captar de forma mais tangível e que seja possível analisar as diversas vistas (frontal, superior, lateral e isométrica) do guindaste, na Figura 7 está demonstrado o desenho 2D.

Figura 7 – Desenho 2D do guindaste



Fonte: Próprio autor

4.2 SIMULAÇÕES

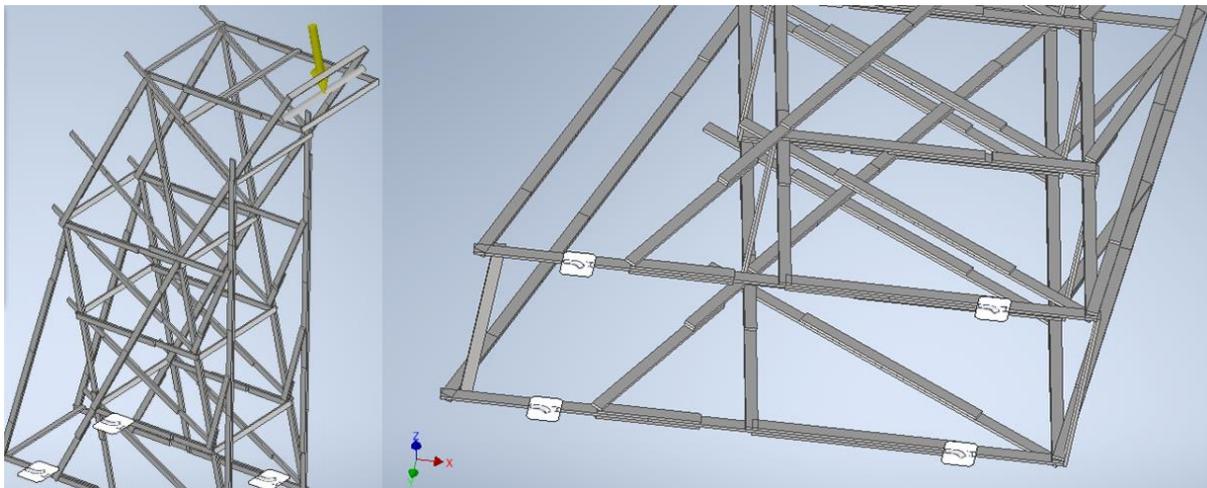
Objetiva-se com a utilização das simulações encarar as situações tais como se fossem realidade, essa proximidade facilita a criação e o desenvolvimento do protótipo de forma certa.

Com o uso de softwares a aplicabilidade é imensa, permitindo que tudo possa ser testado e aprimorado antes da existência do produto real, com isso, a etapa de concepção é muito importante para o andamento do projeto. Utilizando o *Finite Element Method* (Bathe, 1987) foi possível desenvolver o estudo de caso com êxito.

4.3 CONSTRUÇÃO E DEFINIÇÕES

Inicialmente, para construir a simulação de forma precisa foram feitas restrições para que o guindaste fique engastado na base (Isostático), estruturas estaticamente determinadas em que seus apoios tendem a ter um equilíbrio estável com o propósito de impedir movimentação (DE ALMEIDA, 2009) e que cada um de seus quatro lados possua uma restrição física que pode ser compreendida e exemplificada na Figura 8.

Figura 8 – Restrições do guindaste



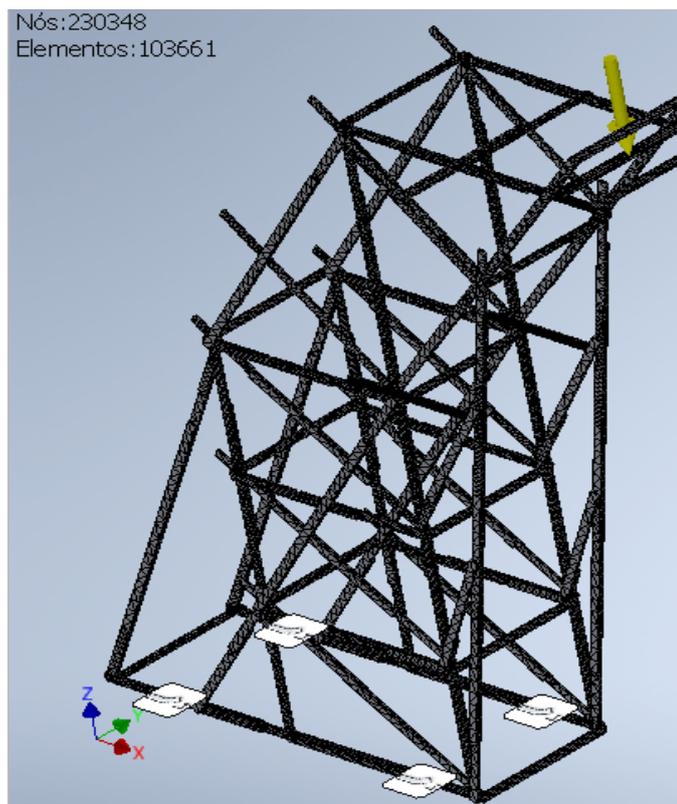
Fonte: Próprio autor

Aplicou-se uma força de 300 Newton na estrutura no local em que será colocada a barra de aço. A região definida foi a extremidade da estrutura, com isso, lá será o local em que ocorrerá a aplicação de toda a carga para analisar a resistência do guindaste.

Com o uso das ferramentas de simulação é possível observar os pontos de fadiga e os pontos críticos apresentados na estrutura. Diante disso, foram feitas algumas alterações prévias com o objetivo de reduzir estes valores. Ressalta-se que isto foi feito antes da definição do guindaste final apresentado no capítulo anterior.

A quantidade de malhas foi imensa, sua estrutura foi refinada duas vezes gerando mais de 230 mil nós e mais de 103 mil elementos, diante disso, os resultados possuem uma alta precisão. Na Figura 9 é demonstrada a geração das malhas para que seja possível analisar os dados simulados. Com a força aplicada (F_z) de 300 N, n ela não sofreu tanta deformação como previsto, diante disso, compreende-se que a sua carga suportada será superior a 30 kg. Com os testes aplicados, ela sofrerá quebra com uma carga próxima a 38 kg.

Figura 9 – Malhas



Fonte: Próprio autor

4.4 FINITE ELEMENTS METHOD

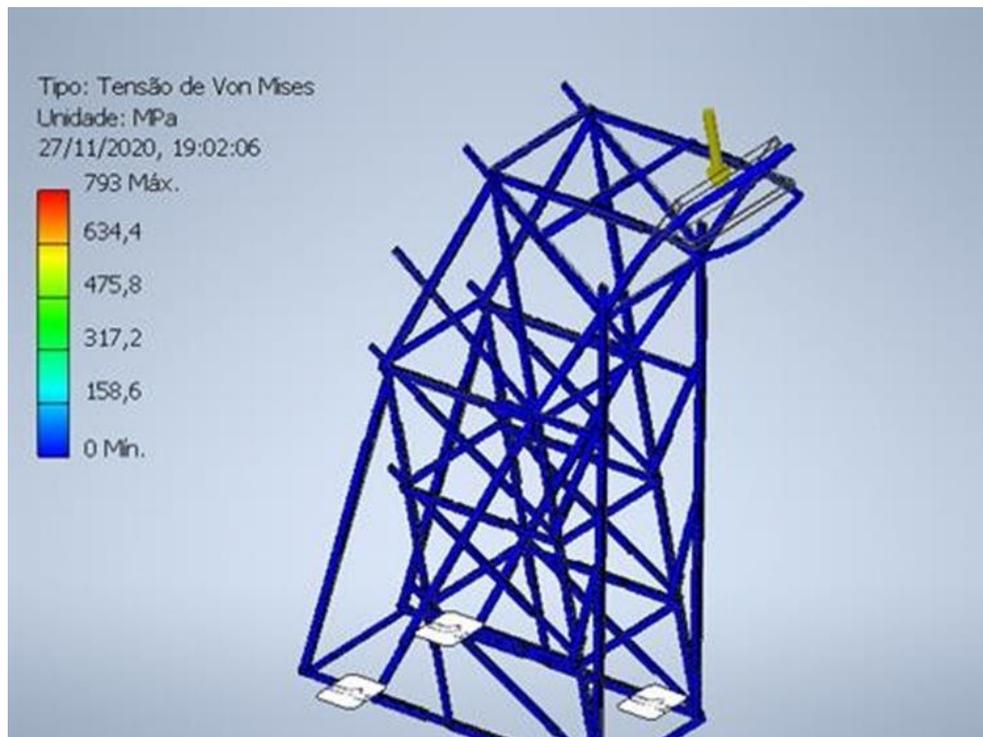
Após a definição das restrições, forças aplicadas, geração da malha, entre outros dados, foram apresentados os resultados de tensão de *von Mises*, tensão principal, deslocamento total e fator de segurança. Por fim, após os testes realizados foi gerado um relatório com os resultados obtidos.

O FEA pode ser aplicado em um vasto número de variações de casos, além de ter a capacidade de resolver problemas e soluções lineares ou não-lineares, sendo estas com uma ou mais dimensões (DHAT; LEFRANÇOIS; TOUZOT, 2012).

O critério de falha de *von Mises* é utilizada para prevenir o escoamento do material quando este é submetido a qualquer condição de carregamento por meio de testes de tração simples. Tal como avaliado na Figura 10, em nenhum ponto foi observado um alto nível de tensão ao qual geraria uma possível quebra. Os resultados

foram inferiores a 158 MPa.

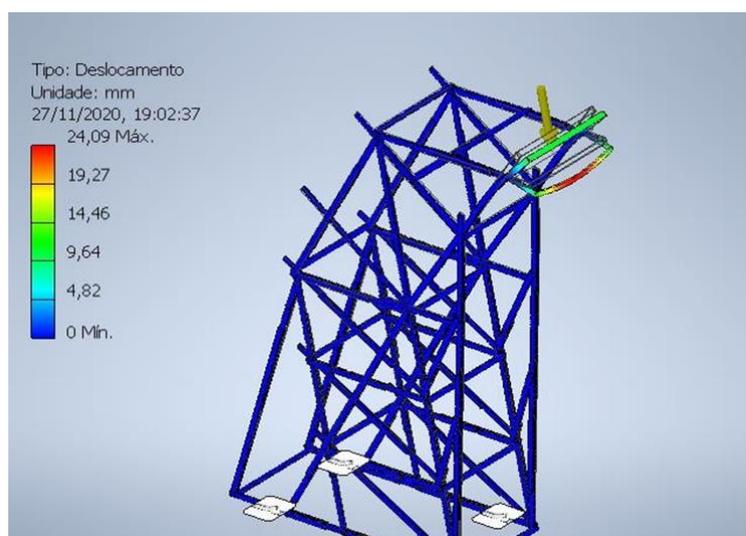
Figura 10 – Tensão de *von Mises*



Fonte: Próprio autor

O deslocamento analisado obtido foi baixo na região de área geral da estrutura não se observou pontos de possíveis quebras ou trinca, todavia, o local de aplicação do peso o deslocamento foi mais alto. O ponto mais alto de deslocamento foi cerca de 24,09 mm tal como mostrado na Figura 11.

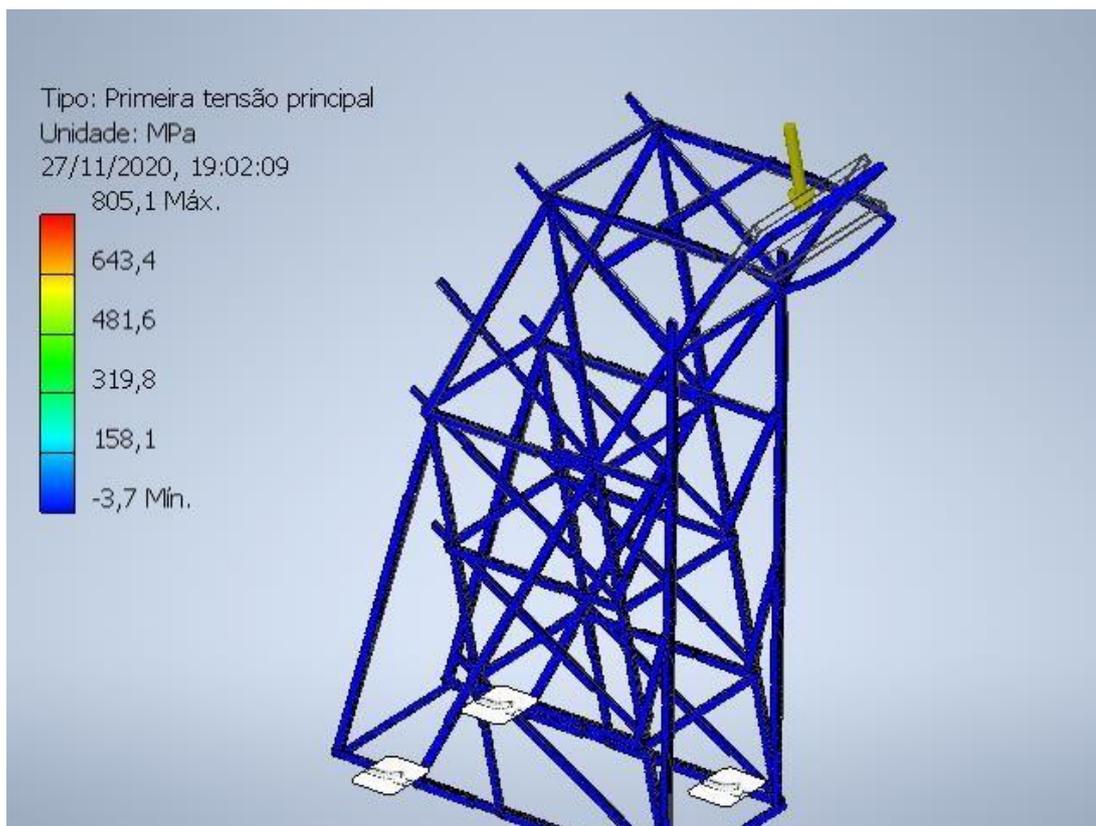
Figura 11 – Deslocamento total



Fonte: Próprio autor

A primeira tensão principal tem a intenção de auxiliar a compreensão da tensão de elasticidade máxima induzida na peça pelas condições de cargas solicitadas. Conforme analisado na Figura 12, o acúmulo de carga não foi um problema apresentado na estrutura, com valores próximos a 0 MPa.

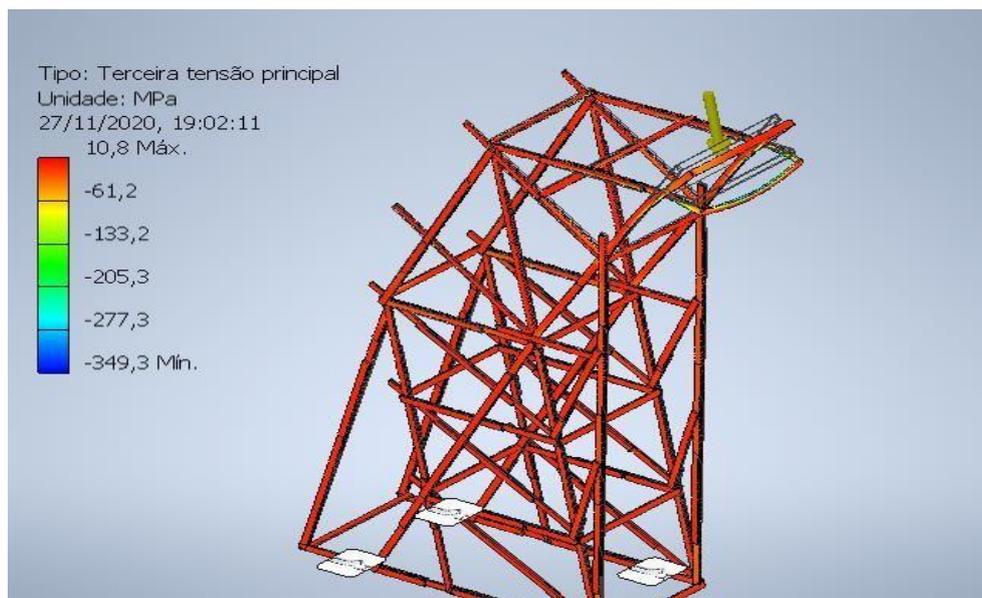
Figura 12 – Primeira tensão principal



Fonte: Próprio autor

A terceira tensão principal tem atuação na direção normal ao plano que a tensão de corte é zero, ela auxilia a compreender a tensão máxima de compressão pelas condições de carga. Na Figura 13 compreende-se que na maior parte do guindaste o valor de tensão é aproximado a $-61,20$ MPa, apenas no ponto de aplicação da força que esse valor foi distinto.

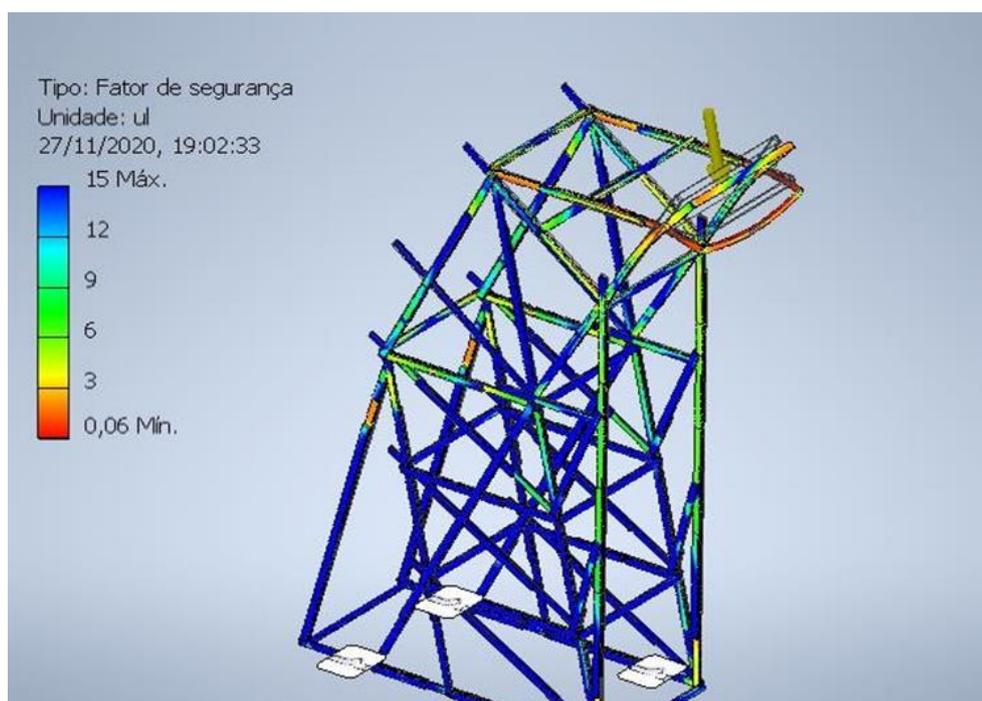
Figura 13 – Terceira tensão principal



Fonte: Próprio autor

O fator de segurança demonstra as áreas do modelo que podem ocorrer falhas no carregamento. Verifica-se que há uma grande variação de valores, desde os pontos máximos e mínimos da escala que variam entre 0,06 ul a 15. Na Figura 14 compreende-se a análise.

Figura 14 – Fator de segurança



Fonte: Próprio autor

4.5 RELATÓRIO DE SIMULAÇÃO

Este relatório de simulação do guindaste auxilia a compreender outros dados claros e precisos que não foram demonstrados anteriormente. Trata-se de um resumo dos dados estudados. O relatório é exibido na Figura 15 e na Figura 16.

Com o uso adequado das ferramentas computacionais disponíveis, torna-se possível parametrizar o uso do FEA para resolver os problemas variacionais além do que é feito de forma automatizada pelo *software* (LOG, 2007).

Figura 15 – Relatório de Simulação (I)

Física

| | |
|---------------------|--|
| Massa | 0,291771 kg |
| Área | 375308 mm ² |
| Volume | 291771 mm ³ |
| Centro de gravidade | x=-29,3778 mm y=42,2396 mm z=-36,5262 mm |

Condições de funcionamento

Força:1

| Tipo de carga | Força |
|---------------|------------|
| Magnitude | 300,000 N |
| Vetor X | 0,000 N |
| Vetor Y | 0,000 N |
| Vetor Z | -300,000 N |

Restrição fixa:1

| Tipo de restrição | Restrição fixa |
|-------------------|----------------|
| | |

Configurações de malha:

| | |
|--|---------|
| Tamanho médio dos elementos (fração do diâmetro do modelo) | 0,1 |
| Tamanho mínimo dos elementos (fração do tamanho médio) | 0,2 |
| Fator de nivelamento | 1,5 |
| Ângulo máximo de giro | 60 grau |
| Criar elementos de malha curva | Não |
| Usar medida baseada em peça para a malha da montagem | Sim |

Contatos (Fixado)

Resultados

Força e momento de reação em restrições

| Nome da restrição | Força de reação | | Momento de reação | |
|-------------------|-----------------|----------------------|-------------------|----------------------|
| | Magnitude | "Componente (X,Y,Z)" | Magnitude | "Componente (X,Y,Z)" |
| Restrição fixa:1 | 300 N | 0 N | 126,3 N m | 0 N m |
| | | 0 N | | -126,3 N m |
| | | 300 N | | 0 N m |

Fonte: Próprio autor

Figura 16 – Relatório de Simulação (II)

Resumo de resultados

| Nome | Mínima | Máxima |
|-------------------------------|------------------------|----------------|
| Volume | 291771 mm ³ | |
| Massa | 0,179699 kg | |
| Tensão de Von Mises | 0,000063787 MPa | 792,996 MPa |
| Primeira tensão principal | -3,71611 MPa | 805,119 MPa |
| Terceira tensão principal | -349,331 MPa | 10,8363 MPa |
| Deslocamento | 0 mm | 24,0921 mm |
| Fator de segurança | 0,061791 s_m | 15 s_m |
| Tensão XX | -345,938 MPa | 651,724 MPa |
| Tensão XY | -81,828 MPa | 195,158 MPa |
| Tensão XZ | -294,577 MPa | 69,0489 MPa |
| Tensão YY | -242,724 MPa | 243,167 MPa |
| Tensão YZ | -76,5766 MPa | 29,2838 MPa |
| Tensão ZZ | -91,3949 MPa | 249,488 MPa |
| Deslocamento X | -0,294837 mm | 9,96688 mm |
| Deslocamento Y | -3,87155 mm | 6,7899 mm |
| Deslocamento Z | -23,5704 mm | 2,09387 mm |
| Deformação equivalente | 0,00000000458548 s_m | 0,0644256 s_m |
| Primeira deformação principal | -0,000360486 s_m | 0,0781665 s_m |
| Terceira deformação principal | -0,0339157 s_m | 0,00104908 s_m |
| Deformação XX | -0,0335862 s_m | 0,0632722 s_m |
| Deformação XY | -0,00794526 s_m | 0,0189493 s_m |
| Deformação XZ | -0,0286026 s_m | 0,00670444 s_m |
| Deformação YY | -0,0235655 s_m | 0,0236085 s_m |
| Deformação YZ | -0,00743536 s_m | 0,00284337 s_m |
| Deformação ZZ | -0,00887252 s_m | 0,0242182 s_m |
| Pressão de contato | 0 MPa | 224,538 MPa |
| Pressão de contato X | -211,459 MPa | 156,342 MPa |
| Pressão de contato Y | -68,4509 MPa | 111,685 MPa |
| Pressão de contato Z | -110,473 MPa | 95,8893 MPa |

Fonte: Próprio autor

4.6 PROTÓTIPO FÍSICO

Para a construção do protótipo físico, foram encontradas diversas dificuldades com o desenho proposto, principalmente por conta de angulações, diante disso, foi colocada uma haste de reforço abaixo da base do suporte para o peso, com isso, facilitou a construção e montagem do guindaste físico.

De acordo com Budde et al. (2012) os protótipos são utilizados em processos atuais de forma evolucionária com o propósito de prever e antecipar conhecimentos

aos quais estão relacionados ao produto.

A base foi criada com 1P x 3P, pelo fato de as hastes receberem uma maior quantidade de tensão, após isso, criou-se travesses e a montagem do restante do guindaste foi feita.

Duas estruturas laterais e duas hastes principais foram realizadas com medidas de 5P x 3P, além disso, duas hastes secundárias com 3P x 2P. O início do travamento horizontal até a altura 3P foi feito com modo para formar triângulos. Salienta-se que todas as estruturas possuem travas horizontais e verticais. Na Figura 17 é demonstrado o início da união de palitos.

Figura 17 – Início da construção



Fonte: Próprio autor

A segunda etapa foi a fixação das duas laterais montadas junto a base, com seu travamento formando um sistema de treliças. Os palitos na horizontal foram fixados até a altura de 600 mm e após isso, tais palitos foram dispostos na vertical para que fosse possível travar as treliças. Além dos travamentos citados, também foi

utilizada uma haste para travamento final na face frontal das laterais, tal como demonstrado na Figura 18.

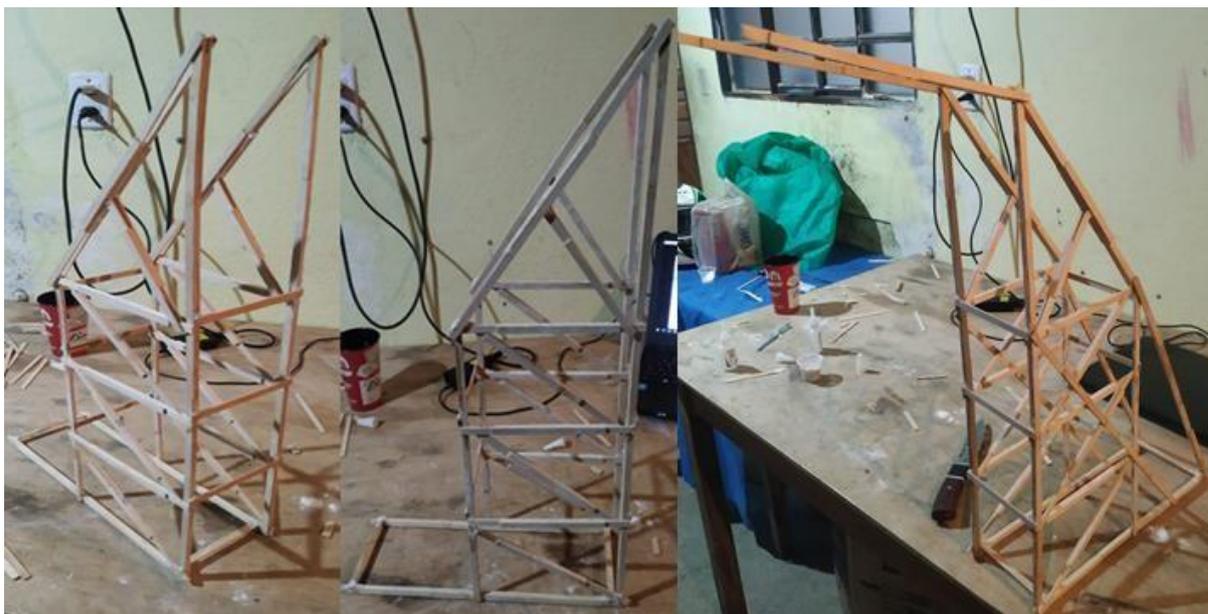
Figura 18 – Início da montagem



Fonte: Próprio autor

Na Figura 19 está expresso o início da montagem do último estágio, ao qual foi colocada a haste em que será inserido o vergalhão para fixação do peso a ser suportado. Também será inserido uma haste até o local do vergalhão para que se crie outro travamento.

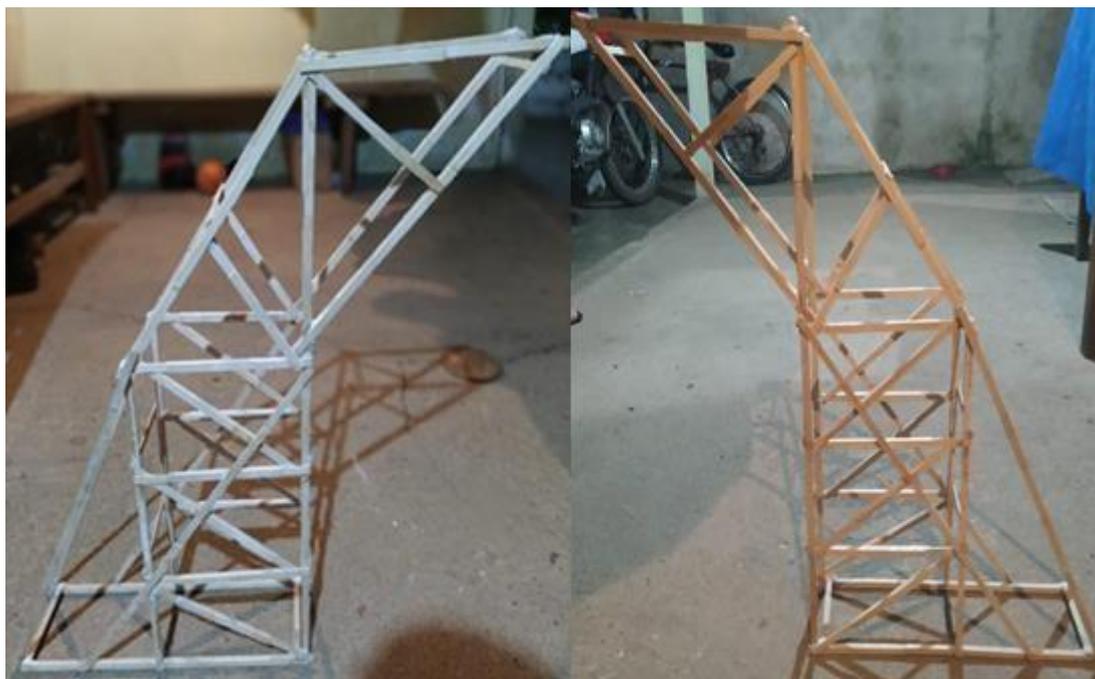
Figura 19 – Etapas finais da construção



Fonte: Próprio autor

Para finalizar por completo a montagem, foram utilizados 281 palitos, completando todo o guindaste treliçado e buscando se assemelhar o máximo possível do desenho 2D, além de não romper com a carga especificada tal como estudado durante a simulação. Na Figura 20 observa-se o guindaste completo. Uma forma importante para a colagem dos palitos foi sua umidificação, deixando-a de forma instantânea e eficiente.

Figura 20 – Protótipo do guindaste de palitos finalizado



Fonte: Próprio autor

Após o teste de carregamento, a estrutura conseguiu suportar a carga planejada de 30 kg, normalmente o peso ideal em algumas competições, e seu resultado ficou próximo da expectativa após as simulações, tendo sua estrutura rompida quando a carga colocada foi de 40 kg. Lembrando que anteriormente, com os resultados avaliados após as análises FEA, a estrutura teria sua quebra com 38 kg aplicados. Na Equação 2 é demonstrado o coeficiente encontrado na base proposta.

Equação 2 – Coeficiente encontrado

$$\text{Coeficiente } (\eta) = \frac{38000}{379,35}$$

$$\eta = 100,17$$

5. CONCLUSÕES

O estudo inicialmente visava apenas a avaliação do modelo virtual para analisar estruturas já existentes e compreender outros métodos para reforçá-las e alcançar

outros resultados mais satisfatórios do que os existentes. Todavia, a construção do protótipo físico contribuiu para análise e avaliação dos resultados obtidos por meio do uso do FEA.

A análise de diversos tipos de treliças existentes e principalmente dos guindastes campeões de competições, tornou-se possível criar o guindaste de autoria própria com reforços, melhorias e redução de palitos, buscando maximizar o coeficiente determinante. A construção ficou limitada por conta de restrições existentes, mas, não foi um impasse para esse desenvolvimento com resultados significativos e maiores do que o esperado durante o desenho.

Entende-se que o resultado alcançado com o uso da ferramenta CAE foi altamente preciso quando replicado no protótipo físico (feito de forma manual, sem precisão elevada). Enfatiza-se que o valor do coeficiente (η) encontrado após a quebra da estrutura foi de 107,17, o valor alcançado demonstra a alta eficiência encontrada no projeto elaborado.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BATHE, Klaus-Jürgen. Finite element method. **Wiley encyclopedia of computer science and engineering**, p. 1-12, 2007.

BUDDE, Reinhard, et al. **Prototyping: an approach to evolutionary system development**. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2012.

CHRISTOFORO, André Luis; MARCONATO, Suzinei Aparecida Siqueira; OLIVEIRA, RZG de. Otimização numérica da área das seções transversais dos elementos componentes de estruturas planas do tipo treliça. **Revista Brasileira de Biometria**, p. 57-69, 2007.

DHATT, Gouri; LEFRANÇOIS, Emmanuel; TOUZOT, Gilbert. **Finite element method**. John Wiley & Sons, 2012.

DE ALMEIDA, Maria Cascão Ferreira. **Estruturas isostáticas**. Oficina de Textos, 2009.

HARRIS, H. G.; SABNIS, G. **Structural Modeling and Experimental Techniques - Boca Raton**. CRC Press, 1999. 69 HEANEY, A. C. The Versatile Structural Model Kit. - University of New South Wales, Australia, 1980.

HIBBELER, Russell Charles. Resistência dos materiais. **Pearson Educación**, 2010.

KRIPKA, Moacir et al. Uma atividade didática elaborada por alunos para alunos: competição de guindastes de palitos de picolé. **Educação & Tecnologia**, v. 23, n. 1, 2019.

LACERDA, Estéfane George Macedo de. **Nonlinear analysis of trusses using the positional finite element method**. 2014. 107 f. Dissertação (Mestrado em Mecânica das estruturas, estruturas de concreto e alvenaria e materiais de processos construtivos) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2014.

LOGG, Anders. Automating the finite element method. **Archives of Computational Methods in Engineering**, v. 14, n. 2, p. 93-138, 2007.

OLIVEIRA, S.R.C. de; FALCÓN, G.A.S. **Otimização geométrica de treliças planas utilizadas em coberturas metálicas**. 2013. DOI: 10.5935/1809-2667.20130021.

OZIMBOSKI, Joel Marcos et al. Otimização dimensional, geométrica e topológica de treliças: Validação experimental por meio de estruturas de palitos de picolé. **Revista de Engenharia e Tecnologia**, v. 11, n. 1, p.áginas 57-67, 2019.

ROCHA, G. **Estratégias numéricas para análise de elementos estruturais esbeltos metálicos**. Ouro Preto: Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil, DECIV/Escola de Minas/UFOP, 2000. (Dissertação de Mestrado).

SOUZA, Alex Sander Clemente de. **Análise teórica e experimental de treliças espaciais**. 2003. Tese (Doutorado em Estruturas) - Escola de Engenharia de São Carlos, University of São Paulo, São Carlos, 2003. doi:10.11606/T.18.2003.tde-11102003-164954. Acesso em: 2022-08-26.